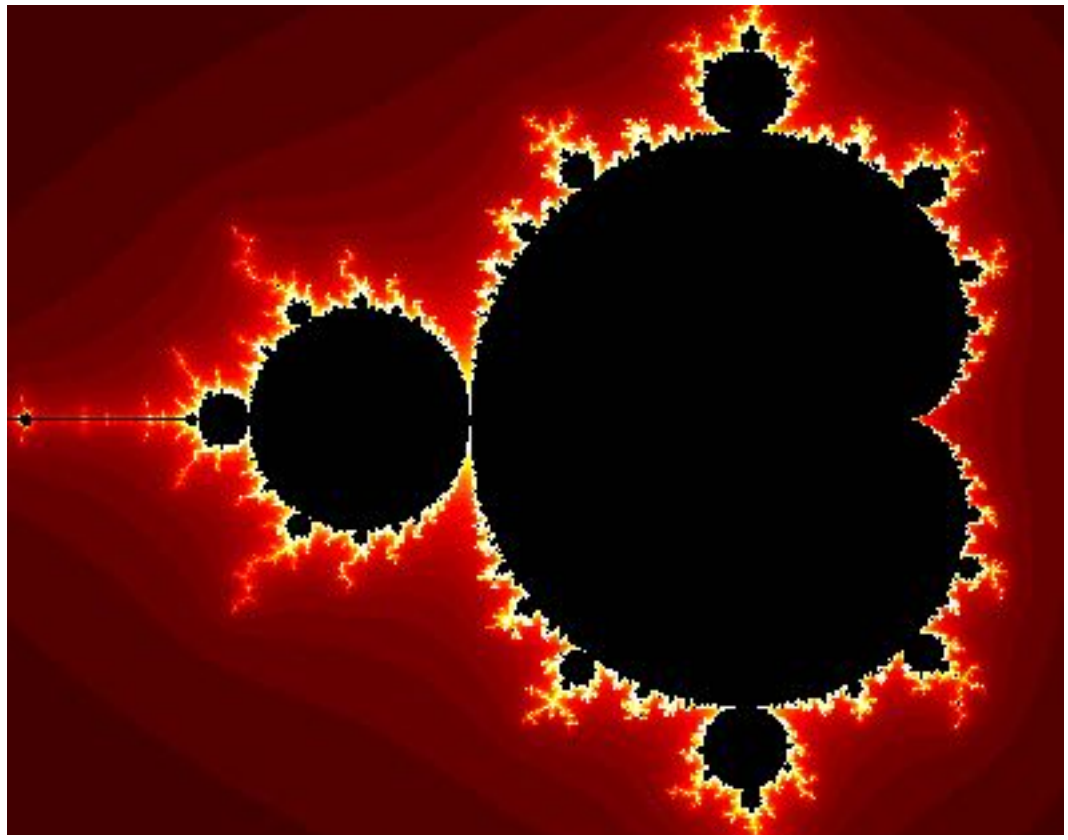
La bella teoría, fractales y dimensiones enrolladas…

José Salvador Ruiz Fargueta



Fractal de Mandelbrot. Wikipedia.

La bella teoría, fractales y dimensiones enrolladas …

"La aventura científica se convierte en la búsqueda de las más sencillas y potentes simetrías (belleza) capaces de descifrar, de la forma más simple, la aparente complejidad del mundo que nos rodea"

José salvador Ruiz Fargueta

srfargueta@gmail.com

CREATIVE COMMONS

Reconocimiento-NoComercial
CC BY-NC

1ª Edición, Valencia, abril 2020

Mar revuelta. Amparo Baviera.

Unas palabras ...

Hace bastante tiempo, descubrí el mundo de los fractales. Era la época de los primeros PC y con un ordenador de aquellos, que ni siquiera tenía disco duro, y con programación Basic me maravillaron los primeros fractales que pude construir de una forma super sencilla. Poco después conocí la teoría de cuerdas y sus extrañas nueve dimensiones espaciales, seis de las cuales están enrolladas. Todo esto junto con los conocimientos sobre mecánica cuántica de la licenciatura

Zoe divisando la playa de La Concha.

parecían entrar en "ebullición" dentro de mi cabeza. ¿El vacío cuántico, con sus fluctuaciones de energía, podría considerarse un fractal? Y si así fuera, ¿cómo calcular su valor? Un cálculo apresurado me hizo pensar en las dimensiones extra de la teoría de cuerdas y me embarqué en lo que después llamaría "la bella teoría". A continuación se expondrán una serie de artículos relacionados con esta teoría, con los fractales, teoría de cuerdas y otras cuestiones físicas y matemáticas. Aparecieron en diversas revistas de divulgación, en mi blog "La bella teoría" y en la revista "Libro de notas", columna Ciencias y letras.

Para Paul Dirac las leyes físicas debían ser matemáticamente bellas, creía que el Universo está escrito en un lenguaje matemático, necesariamente, bello y elegante. La teoría que describo en este libro es, todavía, un simple juego de fórmulas e indicios sin confirmar. Se advierte la belleza en muchos de estos indicios pero ello no es suficiente, por descontado, para tomarla como cierta. Me ha llevado desde las fluctuaciones del vacío cuántico, a través de los fractales y las dimensiones enrolladas, hasta los propios comienzos de nuestro Universo.

Índice

Fractales, Algo de historia. Pag.7

Fractales contra dimensiones enrolladas, dos factores en “oposición” geométrica. Pág.9

El diablo Aleaxis y el efecto de ocultación de masa. Pág.11

Sobre fractales y algo más. Pág.12

El universo geómetra, ¿por qué tres dimensiones?. Pág.16

El sorprendente vacío cuántico. Pág.19

Estabilización del vacío cuántico y las dimensiones enrolladas. Pág.22

La naturaleza del cuanto de acción y las dimensiones enrolladas. Pág.27

Polvos fractales de Cantor y Koch modificados de dimensión entera. Pág.33

El caos que vino del orden: el efecto mariposa. Pág.39

Turbulencia y estabilización geométrica en fractales. Pág.41

Estructuras disipativas, método científico y entropía. Pág.46

Números primos, números de una sola pieza. Pág.51

El ritmo justo del azar. Pág.56

Before the Big Bang /Antes del Big Bang. Pág.60

La función modular de Ramanujan y la teoría de cuerdas. Pág.69

El espacio y el tiempo, nada es lo que parece.Pág.72

El eclipse a través de las hojas de los árboles. Pág.74

Extraña luz de agujero negro. Pág.75

Dragones alados y agujeros negros. Pág.77

Sobre lo clásico y lo cuántico. Pág.80

Boltzman, la ciencia humana y vulnerable. Pág.83

El universo elegante. Pág.86

El gran lío de la teoría de cuerdas. Pág.89

Más allá de los agujeros negros, la gravedad cuántica de bucles. Pág.92

El jazmín y la esperanza. Pág.95

Entalpía y entropía, la física de la vida. Pág. 96

La no localidad de la mecánica cuántica, el experimento de Aspect. Pág.100

La muerte del Universo. Pág.102

La vida, un extraño fruto: Lynn Margulis. Pág. 104

Cuando los artrópodos dominaban los mares. Pág. 107

Sobre el amor, las ciencias y las letras. Pág. 109

*… **y mucho más en el blog: https://labellateoria.blogspot.com/** …*

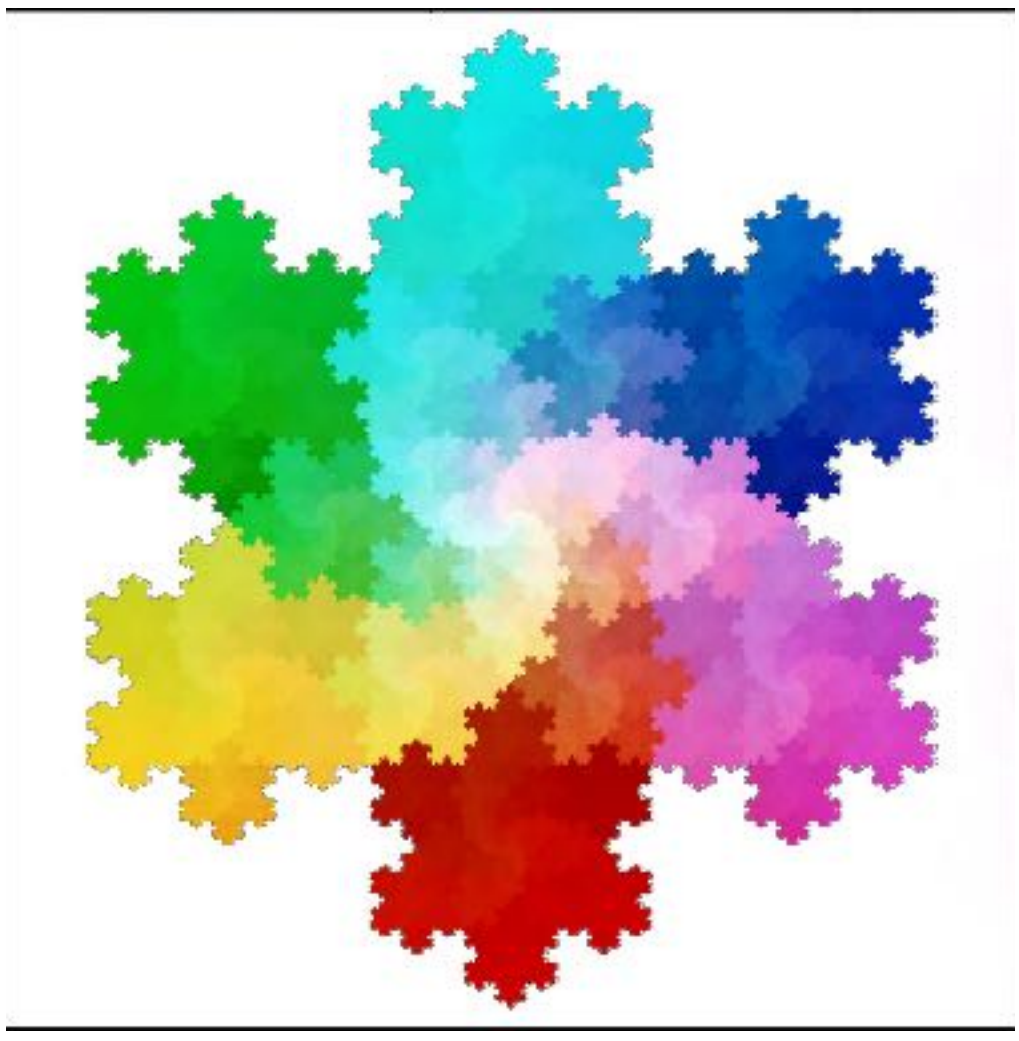
*… y en :**https://librodenotas.com/cienciasyletras/***

Como leer este librito

Este libro, entre otras cosas, trata de describir una teoría (aún hipotética) sobre la estructura fractal de la energía del vacío (cuántico) y las repercusiones que podría tener. Se puede uno hacer una idea sencilla de dicha teoría leyendo “El universo geómetra, ¿ por qué tres dimensiones?” (Pág. 16) y “ El sorprendente vacío cuántico” (Pág. 19). Después se pueden ir leyendo los diferentes artículos, independientes de dicha teoría, según el interés en la diferente temática.

Si se quiere profundizar en la teoría se pueden seguir leyendo “Estabilización del vacío cuántico y las dimensiones enrolladas” (Pág. 22) y “La naturaleza del cuanto de acción y las dimensiones enrolladas” (Pág. 27). El artículo “Before the Big bang/Antes del Big bang” (Pág. 60) se explica y complementa con los otros dos mencionados.

Los artículos son independiente entre sí por lo que se pueden leer en cualquier orden, según interese. En próximas ediciones se sumarán más artículos de diferente temática.



Copo de nieve fractal de Koch. Wikipedia.

Fractales, algo de historia

En 1975 Benoit Mandelbrot publicó un ensayo titulado" Los objetos fractales: forma, azar y mensión" (en francés). En la introducción comentaba los conceptos de objeto fractal y fractal como términos que había inventado a partir del adjetivo latino "fractus" (roto, fracturado). Posteriormente, en 1982, publicó el libro "The Fractal Geometry of Nature", en donde proponía : "Un fractal es, por definición, un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica." De forma más sencilla podemos decir, como cita la Wikipedia:"Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas… y su dimensión métrica fractal es un número racional no entero".

De forma simplificada, esa dimensión tan rara se podría entender de la siguiente manera: Una línea recta de longitud N queda recubierta por un número N de segmentos de longitud unidad.

Benoît Mandelbrot. Wikipedia

Podemos expresarlo diciendo que longitud_línea $=N^1$. Un cuadrado con lado N queda recubierto por N^2 pequeños cuadrados de lado la unidad. De forma similar a la línea se puede expresar que superficie_cuadrado = N^2. Sabemos que una línea recta tiene dimensión topológica 1 y una superficie dimensión 2. Para recubrirlos necesitamos un elemento similar pero más pequeño n^D veces (en estos ejemplos de magnitud unidad). En general, el exponente D, generalizado a

cualquier objeto, representa la dimensión de Hausdorff-Besicovitch del objeto, una generalización métrica del concepto de dimensión de un espacio topológico, que permite definir una dimensión fraccionaria (no entera) para un objeto fractal.

.Han sido propuestas otras definiciones y, de hecho, estamos ante un concepto geométrico para el que aún no existe un una definición precisa, ni una teoría única y comúnmente aceptada.
Kenneth Falconer, en su obra titulada "Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications", en1990, describe un concepto de estructura fractal 'F' como la que satisface alguna(s) de las propiedades siguientes:

(1).- "F" posee detalle a todas las escalas de observación;
(2).- No es posible describir "F" con Geometría Euclidiana, tanto local como globalmente;
(3).- "F" posee alguna clase de autosemejanza, posiblemente estadística;
(4).- La dimensión fractal de "F" es mayor que su dimensión topológica;
(5).- El algoritmo que sirve para describir "F" es muy simple, y posiblemente de carácter recursivo.

En resumen, una técnica análoga a la que los biólogos aplican al concepto de vida.
Cuando observamos un fractal, de hecho, apreciamos algo que nos es familiar, más cercano que las perfectas figuras geométricas clásicas que nos han enseñado en el colegio.

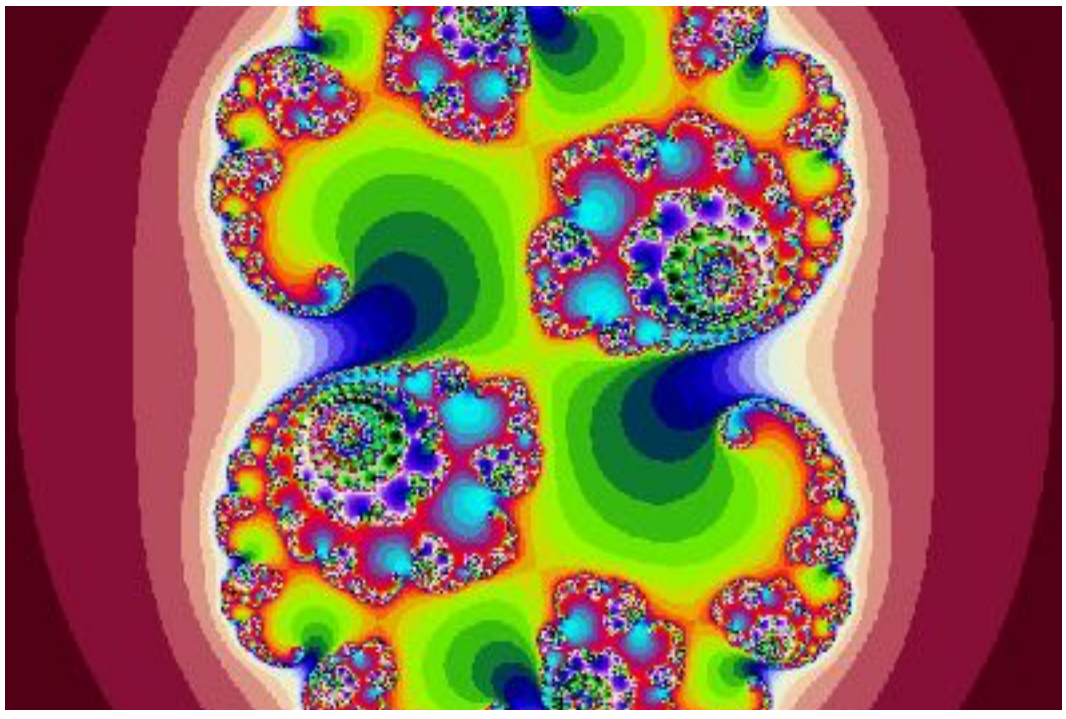
Brécol romanesco. Wikipedia

Las ramificaciones de los árboles, las roturas imperfectas de una montaña o una costa, la disposición de la máxima superficie en un mínimo espacio de nuestro tejido pulmonar...
Los fractales nos acercan a la compleja simplicidad de la Naturaleza.

Fractales contra dimensiones enrolladas, dos factores en “oposición” geométrica

Arrugar, romper o fracturar la continuidad clásica para aumentar la capacidad de un objeto de ocupar espacio, o enrollarlo para disminuir dicha capacidad. He aquí la cuestión, aparentemente trivial, que puede llevarnos a entender mejor el propio nacimiento de nuestro Universo.

Geometría fractal. La geometría sobre puntos, rectas, planos y demás objetos geométricos que se nos enseña en la escuela no es más que una abstracción, muy útil, sobre objetos reales de nuestra vida cotidiana. Cualquier superficie de la vida real, por muy perfecta que nos parezca nunca es un plano geométrico perfecto. Conforme la observemos con más y más aumento repararemos en un montón de imperfecciones que la van alejando de la geometría euclidea que nos han enseñado y la acercan, cada vez más, a una nueva geometría más cercana a la realidad que llamamos geometría fractal.



Conjunto fractal de Julia. Wikipedia

Imaginemos que en un espacio de tres dimensiones nos encontramos con una especie de diablillo virtual moviéndose con total libertad y tratando de recubrirlo por completo. Su trayectoria será una línea quebrada, con infinidad de recovecos, cuyo fin será pasar por todos los puntos del

espacio. Como línea de trayectoria que es su dimensión topológica será la unidad, pero su capacidad de recubrir el espacio nos indica que estamos ante un objeto geométrico diferente a los típicos objetos euclidianos que hemos estudiado en la escuela, como el punto, la línea o el plano de dimensiones cero, uno o dos. Este tipo de objetos es lo que Benoît Mandelbrot llamaba

en 1975 objetos fractales, concepto que había inventado a partir del adjetivo latino “fractus” (roto, fracturado). Posteriormente, en 1982, publicó el libro “The Fractal Geometry of Nature”, en donde proponía : “Un fractal es, por definición, un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica*.”*

Dimensión fractal. *La dimensión que define la trayectoria del diablillo ya no es la dimensión clásica de una línea (la unidad), sino que a ella debemos añadir un coeficiente dimensional que nos indica su grado de irregularidad.La suma de los dos coeficientes nos da un nuevo valor dimensional al que llamamos dimensión fractal. En este caso hacemos la siguiente suma:*

dimensión geométrica clásica (1) + coeficiente dimensional (2) = dimensión fractal (3).

Dependencia con la distancia*. Hay un detalle más que nos da una idea del movimiento que lleva el diablillo. La distancia total que recorre al cabo de N de sus pasos debe ser sólo la raíz cúbica de su alejamiento efectivo a un punto arbitrario, es decir para alejarse una distancia efectiva d, de un* punto cualquiera, su recorrido total deberá ser d^3. Este exponente (3) nos está dando, también, la dimensión fractal del movimiento. En cierta forma es lógico que sea así, pues el volumen que intersecta y recubre la trayectoria es del orden del cubo de su distancia característica (Volumen = $Lado^3$).

¿Que tiene que ver todo esto con las dimensiones enrolladas? *Supongamos una manguera vista desde una distancia de doscientos metros. A todos los efectos prácticos sólo vemos una línea y una sola dimensión característica, su longitud. Un objeto tridimensional, aunque con dos dimensiones significativas en el orden práctico se ha convertido en una linea unidimensional. Mejor aún, para poder visualizar más fácilmente la "oposición" geométrica a la que se refiere el título del post, imaginemos una lámina superfina (despreciamos su espesor) de un material moldeable. Cuando la lámina está perfectamente extendida, y sin arrugas, tenemos un objeto geométrico con dos dimensiones. Si la arrugamos y comprimimos convenientemente hasta conseguir una bola tendremos un objeto con tres dimensiones significativas, por lo que habremos aumentado en una su dimensión inicial. Si, por el contrario, la enrollamos perfectamente hasta formar un tubo muy fino obtendremos un objeto unidimensional, una línea, y habremos disminuido en una su dimensión inicial. En cierta forma vemos que realizamos operaciones opuestas, geométricamente hablando. Una suma dimensiones (fractalizar) y la otra resta (enrollar).*

El primer pequeño artículo sobre "la bella teoría": "**El diablo Aleaxis y el efecto de ocultación de masa".** Fue publicado en la revista de información tecnológica en línea ImasD-tecnología (nov.2002) y en la web de la Real Sociedad Española de Física, en el foro sobre física divertida.

Aleaxis es un simpático e indolente diablillo que no para de dar pasos, a tontas y a locas de forma aleatoria, en cualquier dirección del plano. Su trayectoria es discontinua, puede ser representada por una línea quebrada que acabaría recubriendo todo el plano. En su torpeza, para recorrer una distancia efectiva de "n" pasos debe dar como media n x n , es decir n^2 pasos: su trayectoria representa un fractal, una estructura quebrada y discontinua de dimensión 2, la dimensión fractal que caracteriza al azar puro.

De forma similar, las fluctuaciones de energía del vacío (principio de incertidumbre) representan a otro diablo, esta vez real y poderoso, que hace mucho más interesante nuestro universo. Sin él el vacío estaría vacío, además de parecerlo, sería plano y estaría absolutamente quieto. Este diablo, un tanto escurridizo y nada torpe, arruga el espacio-tiempo y lo convierte en un fractal similar a la trayectoria de Aleaxis. Esta vez, para que nosotros observemos "n pasos" de fluctuación efectiva de energía, el diablo "da" n x n x n pasos, es decir n^3.

Observando, solamente, los pasos efectivos de Aleaxis y sabiendo que su trayectoria es un fractal podemos inferir que existe un "efecto de ocultación de pasos". De la misma forma, al observar las fluctuaciones efectivas de energía del vacío (son las únicas que podemos observar) deducimos que hay un poderoso "efecto de ocultación de energía " (o masa, por el principio de equivalencia entre masa y energía).

El poderoso diablo de las fluctuaciones, además de arrugar el espacio-tiempo, enrolla parte de sus dimensiones para acentuar el "efecto de ocultación". Si sólo se limitara a arrugarlo las fluctuaciones de la energía interferirían lo suficiente para no dejarnos ver el vacío como tal (al no depender del inverso de la distancia sino de su raíz cúbica). En la realidad dependen del inverso de la distancia: a grandes distancias su valor es despreciable, a pequeñas distancias es extraordinariamente grande, contribuyendo a la impresión de un paradójico vacío "super denso". El diablo actúa como un verdadero mago: esconde ingentes cantidades de masa, detrás de sus arrugas enrolladas, hasta que hace "aparecer" el vacío. Sólo al acercarnos, "en las pequeñas distancias ", advertimos su truco.

Sobre fractales y algo más / About fractals and more

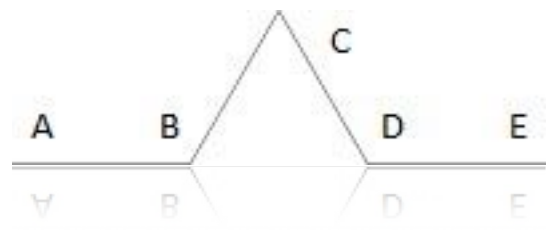
El estudio de un sencillo fractal nos lleva a generalizar una característica esencial que nos permite relacionar a cualquier fractal isotrópico, sea cual sea su dimensión y el escalar que lo representa, con su dependencia con la distancia entre dos de sus puntos. Esto aplicado al estudio de las fluctuaciones de energía del vacío (suponiendo su estructura fractal) nos lleva a sospechar que la

especial geometría dimensiones ordinarias/enrolladas, que supone la teoría de supercuerdas, tuvo un papel crucial en la propia naturaleza del cuanto de acción.

The study of a simple fractal leads us to generalize an essential characteristic that allows us to relate to any isotropic fractal, whatever its dimension and the scalar that represents it, with its dependence with the distance between two of its points. This applied to the study of the energy fluctuations of the vacuum (assuming its fractal structure) leads us to suspect that the special geometry ordinary/compacted dimensions, which supposes the theory of superstrings, had a crucial role in the nature itself of the quantum action.

Desde el principio impresiona la simplicidad y la potencia del concepto de fractal: se construyen con una mínima información, que constituye la esencia de su estructura, y una infinidad de repeticiones gobernadas por esa información (fractal y prefractal).

Primera iteración ----->



Un fractal clásico es la llamada curva de Koch, de la que aquí vemos la primera iteración, que resulta de sustituir un segmento de longitud AE por los cuatro segmentos AB, BC, CD y DE. Sobre cada uno de los cuatro segmentos se va repitiendo la misma estructura y obtenemos esta figura en la sexta iteración:

Sexta iteración ------->

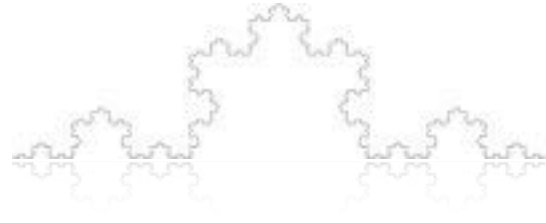


figura de una complejidad asombrosa que se ha construido a partir de una serie de repeticiones que siguen la misma tónica que nos indica la primera: a partir de un simple segmento de longitud 3 sustituido por cuatro segmentos, tal como nos indica la primera iteración, de longitud total 4.

El segmento inicial está inmerso en una dimensión, una línea recta, los cuatro segmentos que lo sustituyen trascienden esa dimensión para expresarse ya en dos dimensiones. De hecho, la relación entre esa distancia inicial de valor 3 y la final de valor 4 va a definir la llamada dimensión fractal de la figura resultante. En este caso será (log 4) / (log 3), que da un valor 1,26186: el fractal es capaz de cubrir una dimensión de ese valor, es decir entre una línea y un plano.

Es interesante resaltar que la distancia en línea recta (en una dimensión) entre A y E es de 3, mientras que sobre el fractal (a través del plano) sería de 4. La relación entre estas cantidades y la dimensión fractal (Df) podemos escribirla de otra forma:

$4 = 3^{Df}$, que es lo mismo, de otra forma, que escribir Df = log4/log3.

Esto nos está diciendo que la distancia recorrida sobre un fractal (4) es la mínima distancia (3) elevada al valor de la dimensión de dicho fractal. Esta forma veremos que es mucho más interesante para analizar la dependencia espacial de un fractal con la distancia. Porque lo que hablamos para un fractal tan sencillo, de dimensión topológica la unidad, lo podremos generalizar para fractales de dos o tres dimensiones topológicas y de otras cantidades escalares diferentes a las líneas, superficies o volúmenes. El paso previo será generalizar la dimensión fractal a lo que podremos llamar dimensión fractal relativa.

Dimensión fractal relativa: Observando la curva de Koch, como ejemplo de un fractal clásico, podemos decir que su dimensión fractal es:

Df = 1 + 0,26186 = Dimensión topológica + Coeficiente dimensional

Pues la dimensión topológica de una línea es la unidad, y el coeficiente dimensional que se le suma es tanto mayor cuanto más irregular es el fractal. Si a esta expresión la dividimos por el

valor de la dimensión topológica obtenemos la dimensión fractal relativa (que en realidad es un valor adimensional):

(A) Dfr. = (Dim.Top. + Coef.) / (Dim.Top.) = 1 + Coef./ Dim.Top.

Al final observamos que obtenemos, para cualquier fractal, una expresión equivalente a la que teníamos para una sencilla curva fractal (siempre que sea isótropo, pues estamos reduciendolo a un fractal semejante de dimensión topológica la unidad).

En general tendremos que el escalar que representa el fractal que estemos estudiando, llamémosle Ef será igual a la distancia implicada elevada a la dimensión fractal relativa, Dfr.

Con el descubrimiento del cuanto de acción, nos dimos cuenta de que el vacío se llenaba de la llamada energía del vacío, de fluctuaciones cuánticas de energía …

http://www.elementos.buap.mx/num53/htm/52.htm :

” el principio de incertidumbre establece que las fluctuaciones cuánticas del vacío están acotadas y dependen del inverso de la distancia: esa es la razón de que observemos el vacío transparente y maravillosamente vacío. Conforme aumenta la distancia las fluctuaciones del vacío son más pequeñas; así podemos disfrutar de todo el mundo que nos rodea, del sol, de los más preciosos paisajes y, en las noches estrelladas, recrearnos en la observación del inmenso firmamento”.

Un supuesto: La estructura de la energía de las fluctuaciones del vacío tiene estructura fractal.

Hemos visto que la curva de Koch viene determinada por la distancia en línea recta y la distancia recorrida sobre el plano, según la iteración primera. La distancia mínima (3) elevada al exponente Dimensión fractal nos da el valor de la distancia recorrida sobre el fractal representada por el escalar 4. La energía de las fluctuaciones del vacío depende del inverso de la distancia, es decir que la distancia está elevada al exponente -1. Dicha energía será el escalar que necesitamos para definir la estructura del propio vacío.

La expresión (A) la podemos escribir más fácilmente, cambiando cada concepto por letras griegas:

(1) $D/\delta = (\delta + \varepsilon) / \delta$: D= Dim.fractal; δ= Dim.topológica; ε= coef. Dimensional o de arrugamiento.

http://www.comprendamos.org/alephzero/74/vacio_cuantico_y_las_dimensiones_enrolladas.html :

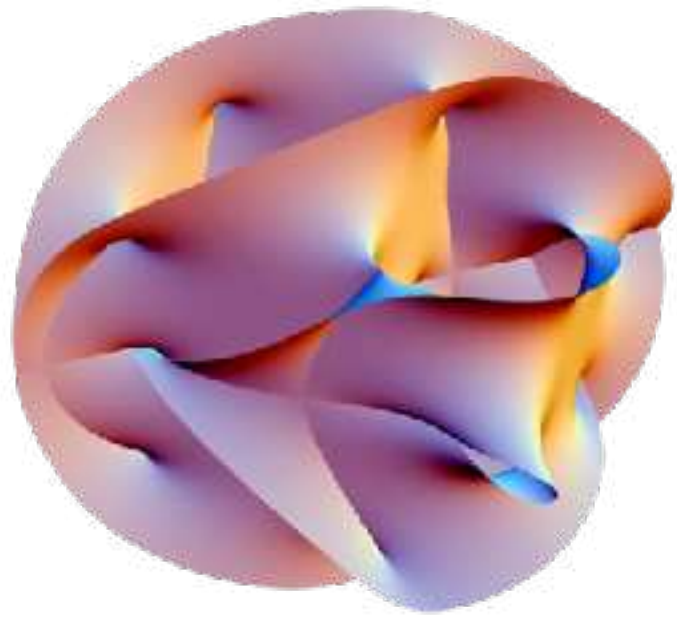
“El factor negativo, que supone una resta de dimensiones, me hizo pensar en las dimensiones enrolladas previstas por la teoría de supercuerdas, la más prometedora teoría que trata de unificar las cuatro interacciones fundamentales: gravedad, electromagnetismo, fuerza débil y fuerte. Dicha teoría necesita de 9 dimensiones espaciales para ser consistente, y dado que sólo conocemos 3, se ha especulado con la existencia de otras 6 que, supuestamente, estarían “enrolladas” sobre si mismas, compactadas alrededor de un radio extremadamente pequeño (del orden de la longitud de Planck,10^{-35} metros). Así para distancias mucho mayores que ese radio sólo serían perceptibles las 3 dimensiones ordinarias.

En cierta forma, para esas distancias, el número de dimensiones enrolladas se resta al total de las topológicas para dejar tan sólo 3 dimensiones aparentes. Una operación contraria al efecto de la dimensión del factor de arrugamiento (coeficiente dimensional), que se suma a la dimensión topológica.

En la expresión (1) si hallamos el cociente D/δ para un Universo con el mismo número de dimensiones enrolladas que la dimensión del factor de arrugamiento (transformación: δ --> δ – ε), encontramos la expresión siguiente:

(2) $D/\delta = (\delta) / (\delta - \varepsilon)$. Para $\varepsilon = 6$, $\delta = 3$, el cociente D/δ toma el valor -1 de forma natural y lógica. Sin dimensiones enrolladas el factor $\varepsilon = 6$ supone una dimensión fractal 9 y una dependencia de la energía de las fluctuaciones con la raíz cúbica de la distancia ($D/\delta = 3$). El efecto de las dimensiones enrolladas (en el momento que quedó configurado geométricamente el universo y el propio cuanto de acción) la corrige hasta dejarla dependiente del inverso de la distancia, lo que repercute en la forma en que advertimos el vacío cuántico: completamente vacío y estable.

Para un universo con un número de dimensiones enrolladas (coeficiente dimensional negativo) igual a la dimensión del factor de arrugamiento (coeficiente positivo) de la energía de las fluctuaciones, se consigue la estabilización de esta energía que de otra forma dependería de la raíz cúbica de la distancia y no de su inverso. El vacío y toda la materia que contiene estarían deformados y serían inestables.”



Supercuerdas,Wikipedia: variedad Kalabi-Yau

En julio de 2003, en la revista de divulgación Divulcat, apareció el artículo: **"El universo geómetra, ¿por qué tres dimensiones?"**

Es difícil imaginar un mundo diferente al de las tres dimensiones espaciales que conocemos. Podría parecer que siempre fue así, pero en un determinado momento nuestro Universo tuvo que "decidir" el número de dimensiones adecuado. Además, también tuvo que elegir entre el número de dimensiones ordinarias y enrolladas (teoría de supercuerdas). Y esta decisión, presumiblemente, tuvo repercusiones directas en la forma en que después se debía presentar su textura, en la naturaleza del propio cuanto de acción.

La especial configuración entre dimensiones espaciales ordinarias y compactadas determinó que las "baldosas" que forman el Universo estuvieran constituidas por acción, es decir, por el producto de energía por tiempo. La mínima acción – llamada h por Max Planck -, es la menor baldosa del Universo, no se puede trocear y permanecer estable a la vez. A diferencia del suelo de nuestra casa, el "suelo" estable del Universo sólo puede estar formado por baldosas completas.

El valor del cuanto de acción es extremadamente pequeño, lo que nos permite ver nuestro mundo cotidiano con una apariencia continua, como la textura de una película fotográfica con grano muy fino. Así podemos distinguir entre las propiedades macroscópicas de la materia, que rigen nuestra vida habitual, y las microscópicas o cuánticas que determinan el comportamiento del mundo corpuscular, y de las que nos aprovechamos, cada día más, en dispositivos ya cotidianos para

Max Planck. Wikipedia

todo el mundo como los transistores (circuitos impresos), microscopios electrónicos y de efecto túnel, superconductores, criptografía y computación cuántica, etc. Si el valor del cuanto fuese mucho mayor nuestra vida cambiaría radicalmente y estaría regida por las “misteriosas” leyes de la mecánica cuántica: dualidad corpuscular-ondulatoria e indeterminación.

Dejaría de existir la localización clásica de un objeto así como la consideración separada de entidades ondulatorias y objetos concretos. Un balón de fútbol se podría difractar como un rayo de luz, pero al mismo tiempo sería difícil de localizar claramente en un sitio o en otro. La onda asociada sería lo suficientemente importante para influir en su comportamiento como objeto-onda.

En la magnitud del cuanto de acción fue determinante el tipo y la magnitud de la deformación del espacio-tiempo ligada a las dimensiones en el momento crucial. Similar a como están Interrelacionados, en cualquier material, su capacidad de deformación, su estructura íntima y su forma básica (un hilo, una plancha o un bloque compacto).

La geometría tiene mucho que ver con nuestro mundo, entendida como cierta forma de simetría, simplicidad y elegancia: la belleza a la que se refería Paul Dirac. La masa deforma el espacio-tiempo, como una pesa deforma la membrana que la sujeta (relatividad general). La modificación de la geometría (forma) de cualquier campo de fuerzas incide sobre la carga asociada, inmersa en

él, y al inverso. El número y la forma en que se organizaron las dimensiones en el primer momento pudo determinar la magnitud y la naturaleza de la cuantificación, y de las propias leyes que rigen la misteriosa mecánica cuántica.

Paul Dirac. Wikipedia

En 2004, la revista Elementos de la Universidad de Puebla (México) publicó el artículo "**El sorprendente vacío cuántico**", en el volumen 11, número 053 (marzo-mayo) PDF.

A veces lo más sorprendente es lo que ocurre cada día. La transparencia del vacío, por ejemplo, que todo el mundo da por natural y lógica, puede que no lo sea tanto. Sobre todo si consideramos las tremendas energías asociadas al vacío cuántico. Es un hecho que a la menor distancia posible,10^{-35} metros (un decimal con 34 ceros detrás de la coma), llamada longitud de Planck, se le asocia una masa del orden de 0.00002 gramos, por el llamado principio de incertidumbre. Si mantuviéramos la misma relación y, de igual manera, asignáramos la masa correspondiente a un metro, nos encontraríamos con la friolera de: 1.2 x 10^{24} toneladas.

Playa de la Malvarrosa. Valencia. Amparo Baviera

Pero el principio de incertidumbre establece que las fluctuaciones cuánticas del vacío están acotadas y dependen del inverso de la distancia: esa es la razón de que observemos el vacío transparente y maravillosamente vacío. Conforme aumenta la distancia las fluctuaciones del vacío son más pequeñas; así podemos disfrutar de todo el mundo que nos rodea, del sol, de los más preciosos paisajes y, en las noches estrelladas, recrearnos en la observación del inmenso firmamento.

En toda esta cuestión tiene mucho que ver un extraño objeto geométrico, por otra parte muy común, llamado fractal. Normalmente trabajamos y estudiamos con aproximaciones: hablamos de líneas rectas o curvas, de superficies lisas, de objetos geométricos como esferas o cubos. Pero somos conscientes de estar simplificando la realidad: una simple línea, en el mundo real, nunca es

una línea perfecta. Conforme la observamos aumentada vemos que aparecen fracturas e imperfecciones, la realidad es así, fractal e imperfecta.

Las fluctuaciones cuánticas del vacío no escapan a la realidad fractal, de hecho son las responsables de que algo tan natural como la trayectoria clásica de una partícula (una simple curva geométrica continua) no exista. En su lugar, se habla de trayectoria fractal (“rota”, “fracturada”), discontinua. Si observamos la trayectoria de cualquier partícula subatómica veremos que es tanto más intrincada cuanto mayor sea el detalle deseado. Ese grado de irregularidad viene determinado por un parámetro llamado dimensión fractal: una línea recta tiene una dimensión topológica o aparente igual a la unidad pero, dependiendo de las discontinuidades y del “arrugamiento” que presente, puede tener una dimensión fractal de 1.5, de 2 o más.

Siendo como son terriblemente intrincadas estas fluctuaciones, el factor de arrugamiento, que se suma a la dimensión topológica para alcanzar la dimensión fractal, es importante. Por fortuna para la preciosa transparencia del vacío, van en su ayuda las dimensiones enrolladas: 6 dimensiones que, según la teoría de supercuerdas, deben existir para poder alcanzar la teoría final que unifique las cuatro fuerzas fundamentales: gravedad, electromagnética, débil y fuerte.

Las dimensiones enrolladas, por el hecho de serlo, suponen restar su valor al total de las dimensiones existentes. Por ejemplo, una cuartilla de papel está representada por dos dimensiones: largo y ancho (despreciando su espesor). Si enrolláramos el ancho hasta que fuera insignificante nos quedaría un hilo muy fino capaz de ser representado por una sola dimensión: el largo. Al total de dimensiones, dos, habremos restado las enrolladas quedándonos únicamente una. El factor de arrugamiento, al contrario, se suma al número de dimensiones topológicas para

dar el valor de la dimensión fractal. En cierta forma, vemos que son factores opuestos: sus efectos se contrarrestan. De hecho, si igualamos su valor (factor de arrugamiento = dimensiones enrolladas) obtenemos la fórmula mágica de la transparencia del vacío cuántico y de su apariencia vacua: las fluctuaciones quedan acotadas y dependientes del inverso de la distancia, tal como establece el principio de incertidumbre.

En las distancias del orden de la longitud de Planck, el efecto de las dimensiones enrolladas, tal como lo hemos expuesto, desaparece, debemos tener en cuenta todas las dimensiones, enrolladas y no enrolladas, y el vacío se presenta extremadamente “arrugado” y cambiante, deja de ser “plano” y estable.

LECTURAS RECOMENDADAS

Mandelbrot, B., Los objetos fractales, Tusquets Editores, Barcelona, 1987.

Cohen-Tannoud,G. y Spiro, I.M., La materiaespacio-tiempo, Espasa-Calpe, Madrid, 1988.

Weinberg, S., Feynman, R., Glashow, S., Salam, A., Ellis, J., Gross, E., Green, M., Witten, E. y Schwartz, J., Supercuerdas ¿Una teoría de todo?, P.C.W. Davies y J. Brown (eds.), Alianza Editorial, Madrid, 1990.

Kaku, M., Hiperespacio, Crítica (Grijalbo Mondadori), Barcelona, 1996.

https://luth.obspm.fr/~luthier/nottale/(página web de Laurent Nottale, sobre el espaciotiempo fractal).

http://www.lmasD-tecnologia.com (revista de información tecnológica, “El diablo Aleaxis y el efecto de ocultación de masa”, S. Ruiz Fargueta. También publicado en la web de la Real Sociedad Española de Física, en el foro de debate sobre física divertida)

Desnuda frente al espejo. Amparo Baviera

En el año 2004 me publicaron mi primer artículo en la revista Ciencia Abierta de la Universidad de Chile (Facultad de Física y Matemáticas) ISSN:0717-8948. En aquel momento era editor jefe el Dr. Roberto Acevedo Llanos. Era una revista con referato que apareció en papel en 1984 y después de unos años siguió apareciendo sólo en formato electrónico.

“Estabilización del vacío cuántico y dimensiones enrolladas”

The quantic vacuum stabilization and the compacted dimensions

From the fractal dimension study of the energy of the quanta fluctuations vacuum, it can be deduced that it is dependent on the inversion of the distance (uncertainty principle) which is a product of the space geometry of our Universe, constituted of the 3 dimensions plus time plus 6 additional and compacted dimensions. Without the effect of this geometric configuration, the quantum vacuum would be very distorted and will significantly differ form the flat and steady vacuum that we know.

Del estudio de la dimensión fractal de la energía de las fluctuaciones cuánticas del vacío, se deduce que su dependencia con el inverso de la distancia (principio de incertidumbre)es un producto de la especial geometría de nuestro Universo, formado por 3 dimensiones ordinarias

más el tiempo y 6 dimensiones extras, enrolladas. Sin el efecto de esta configuración geométrica el vacío cuántico estaría terriblemente deformado y distaría mucho del vacío plano y estable que conocemos.

La existencia del cuanto de acción es la causa de que desaparezca el concepto clásico de trayectoria continua y deba ser sustituido por el de trayectoria fractal (discontinua, fracturada). El vacío absoluto y continuo de Newton, como marco estable de referencia, es sustituido por un vacío discontinuo y cambiante, merced a la propia estructura de la energía de sus fluctuaciones cuánticas. Nos encontramos, pues, ante un inmenso fractal, el propio vacío cuántico, modelado

por sus fluctuaciones de energía de las que queremos extraer una información preciosa, que nos dará pistas sobre el propio Universo y su formación: su dimensión fractal.

Robert Brown. Wikipedia.

El estudio de un fractal sencillo nos ayudará. En concreto, es interesante fijarnos en el que representa al llamado “movimiento browniano”, descubierto por Robert Brown, un botánico escocés que vivió entre finales del siglo XVIII y primera mitad del XIX. Estudió la flora de Australia

y Nueva Zelanda y descubrió el llamado “movimiento browniano” de las partículas coloidales, que ha servido de base para el estudio de la cinética de los gases. Este movimiento browniano tiene mucho que ver con nuestro problema, su dimensión fractal es 2 , el típico de una variable puramente aleatoria que, en cierta forma, sobre un plano (dimensión topológica o aparente 2) sería capaz de recubrirlo.

Para variables con dimensión topológica distinta de la unidad es conveniente hablar del cociente D/ δ (dimensión fractal (D)/ dimensión topológica o aparente (δ)) más que, simplemente, de su

dimensión fractal. Reducimos así la dispersión de resultados y encontramos más fácilmente símiles con ejemplos sencillos como trayectorias unidimensionales. Dicho cociente para el fractal que representa al movimiento browniano será:

(1) $D/\delta = (\delta + \varepsilon) / \delta = (1 + 1) / 1 = 2$, donde el sumando positivo ε ,que se añade a la dimensión topológica, es la dimensión del factor de arrugamiento y nos da una medida de su irregularidad, de su fractura y “arrugamiento”. En este caso $\varepsilon = 1$.

La variable que representa el producto acotado:

(2) $(\Delta E) (\Delta x) <$ constante (principio de incertidumbre, en donde Δt se ha sustituido por $\Delta x / c$), es del mismo tipo que la relativa al movimiento browniano. El valor de este producto acotado es equivalente al paso que dan las partículas coloidales antes de chocar, puede tener cualquier valor aleatorio aunque acotado, por lo que su cociente D/δ es igualmente 2. Intuitivamente, este valor 2 nos indica que se necesitan n^2 pasos totales para conseguir n pasos efectivos, es decir una partícula coloidal deberá dar, como media, n^2 pasos para poder alejarse de un punto arbitrario tan sólo n pasos efectivos.

En cierta forma, la dimensión fractal nos da una idea de magnitud encubierta, de compactación. Una trayectoria de dimensión fractal 3 es mucho más intrincada, más compacta que otra de dimensión fractal 2. Si hubiéramos seguido la trayectoria con un hilo ideal muy fino, en el primer caso el diámetro del ovillo resultante sería del orden de la raíz cúbica de la longitud total del hilo utilizado, en el segundo del orden de su raíz cuadrada. Observamos que existe una íntima relación

entre la magnitud del ovillo, es decir su dependencia con la distancia, y su dimensión fractal. Cualquier fenómeno que modifique su dependencia con la distancia incidirá directamente en su dimensión fractal y viceversa.

Para nuestro caso, la energía de las fluctuaciones del vacío (la magnitud del “ovillo”) depende del inverso de la distancia, lo que supone un cociente D/δ igual a –1, que resulta completamente

irregular e induce a pensar en la existencia de un factor desconocido que está influyendo en el cálculo e introduciendo una distorsión considerable.

El factor negativo, que supone una resta de dimensiones, me hizo pensar en las dimensiones enrolladas previstas por la teoría de supercuerdas, la más prometedora teoría que trata de unificar las cuatro interacciones fundamentales: gravedad, electromagnetismo, fuerza débil y fuerte. Dicha teoría necesita de 9 dimensiones espaciales para ser consistente, y ,dado que sólo conocemos 3, se ha especulado con la existencia de otras 6 que, supuestamente, estarían “enrolladas” sobre si mismas ,compactadas alrededor de un radio extremadamente pequeño (del orden de la longitud de Planck, 10^{-35} metros). Así para distancias mucho mayores que ese radio sólo serían perceptibles las 3 dimensiones ordinarias.

En cierta forma, para esas distancias, el número de dimensiones enrolladas se resta al total de las topológicas para dejar tan sólo 3 dimensiones aparentes. Una operación contraria al efecto de la dimensión del factor de arrugamiento, que se suma a la dimensión topológica.

En la expresión (1) si hallamos el cociente D/δ para un Universo con el mismo número de dimensiones enrolladas que la dimensión del factor de arrugamiento (transformación : $\delta \rightarrow \delta - \varepsilon$) , encontramos:

(3) $D/\delta = (\delta) / (\delta - \varepsilon)$. Para $\varepsilon = 6$, $\delta = 3$, el cociente D/δ toma el valor –1 de forma natural y lógica. Sin dimensiones enrolladas el factor $\varepsilon = 6$ supone una dimensión fractal 9 y una dependencia de la energía de las fluctuaciones con la raíz cúbica de la distancia ($D/\delta = 3$) . El efecto de las

dimensiones enrolladas la corrige hasta dejarla dependiente del inverso de la distancia, lo que repercute en la forma en que advertimos el vacío cuántico: completamente vacío y estable.

Para un universo con un número de dimensiones enrolladas igual a la dimensión del factor de arrugamiento de la energía de las fluctuaciones , se consigue la estabilización de esta energía que

de otra forma dependería de la raíz cúbica de la distancia y no de su inverso. El vacío y toda la materia que contiene estarían deformados y serían inestables .

La especial geometría formada por las dimensiones ordinarias, las enrolladas y el tiempo permite un vacío cuántico estable que de otra forma haría imposible el Universo tal como lo conocemos, pues la turbulencia creada a todos los niveles impediría cualquier tipo de coherencia. Conforme nos acercamos a las distancias del orden de la longitud de Planck, este efecto estabilizador desaparece y se nos presenta un vacío deformado e inestable.

La transparencia del vacío, tal como la advertimos, es la mejor prueba de la existencia de las 6

Mujer con cántaro. Amparo Baviera.

dimensiones enrolladas.

Posteriormente apareció este artículo en la revista de divulgación Aleph Zero:

Salvador Ruiz Fargueta (2014). La estabilización del vacío cuántico y las dimensiones enrolladas: AlephZero-Comprendamos No.74 [en linea] (19/02/2020). http://www.comprendamos.org / alephzero/74/vacio_cuantico_y_las_dimensiones_enrolladas.html

Segundo artículo. Ciencia Abierta nº 26, Carta al Editor PDF:

“La naturaleza del cuanto de acción y las dimensiones enrolladas”

“The Planck action quantum and the compacted dimensions”.

From the fractal dimension study of the energy of the quanta fluctuations vacuum, it can be deduced the relation between the nature of Planck action quantum and the special geometry of our Universe, constituted of the 3 ordinary dimensions plus 6 additional and compacted dimension.

Del estudio de la dimensión fractal de la energía de las fluctuaciones cuánticas, se puede deducir la íntima relación entre el cuanto de acción de Planck y la especial geometría de nuestro Universo, constituido por 3 dimensiones ordinarias y 6 dimensiones enrolladas.

INTRODUCCIÓN

Al tratar de calcular la dimensión fractal de las fluctuaciones cuánticas del vacío (fcv), el resultado final a que llevan los cálculos, resumidos en la tabla siguiente, es totalmente inesperado. Todo parece indicar que el valor verdadero del fractal que representa a las fcv es de 9 .

Al “exceso” de ese valor, sobre el valor 3 de las dimensiones topológicas, que es 6 lo he llamado dimensión del factor de arrugamiento, pues en cierta forma, representa la irregularidad del fractal.

En el anterior trabajo (número 23 de Ciencia Abierta) se demostraba que, en nuestro mundo macroscópico, las dimensiones enrolladas ejercen cierta acción contraria a la desarrollada por la dimensión del factor de arrugamiento. Esto se traduce en la corrección de la dependencia de las fluctuaciones cuánticas del vacío con la distancia. A una dimensión fractal 9 le corresponde una dependencia de las fcv del orden de la raiz cúbica de la distancia, la realidad nos dice que dependen de su inverso debido a la corrección a la que apunto.

Por otra parte, ligado a este hecho se observa que la propia naturaleza del cuanto de acción es un fiel reflejo de la propia geometría del Universo, formado por 3 dimensiones ordinarias y otras 6 enrolladas. Como veremos, al generalizar con el factor ficticio de peso f el cuanto:

$\Delta E t^{f}$, obtenemos la expresión $2+f = (\delta+\varepsilon) /\delta$, que liga el factor f con el número de dimensiones enrolladas ε y con el número de dimensiones ordinarias δ . Para un valor diferente en el número de

dimensiones ordinarias o enrolladas, el valor de f sería distinto de la unidad y el cuanto de acción, como mínima expresión de la acción, no existiría.

Es de resaltar, como veremos más adelante, que el valor 2 en la expresión anterior es el valor de la dimensión fractal de un movimiento aleatorio puro tipo browniano. Para f = 0, el cuanto fundamental no sería de acción sino de energía, correspondería al mínimo valor de energía posible.

Tabla 1.-_Descripción y cálculos:

Un ejemplo de cálculo.

En principio, por similitud, nos centraremos en el cálculo de la dimensión fractal de una variable aleatoria v de estructura fractal, como es el movimiento aleatorio simple, que va incrementando la posición inicial con los valores +1 ó –1, es decir : abs (Δ v) =1 , donde abs ( ) se traduce por “valor absoluto de” . Es bien sabido, que el valor esperado después de n pasos es $n^{1/2}$. Su dimensión fractal será:

D = D top. (log n)/(log $n^{1/2}$) =2 , pues D top = dimensión topológica, que en el caso de una trayectoria clásica es igual a 1 .

Dimensión del factor de arrugamiento.

La expresión D / D top. adquiere nuevo significado si la igualamos a:

(δ+ε) / δ., siendo δ = D top. y ε un valor que llamaremos “dimensión del factor de arrugamiento”. En este caso, siendo δ = D top. = 1, el valor de ε será 1, y resultará tanto mayor cuanto más intrincado sea el fractal que representa. La suma δ+ε es la dimensión fractal, para el caso no fractal, lógicamente, ε = 0 , D / D top. = 1.

Simplificación del cálculo.

La dimensión fractal 2 es , también, la dimensión típica, de un movimiento browniano cuya variable, aunque acotada, puede tomar muchos más valores (no sólo +1 ó –1). Esta circunstancia es esencial para nuestro cálculo, pues supone que una variable v, de este tipo, se puede definir como

Δ v < constante o como abs (Δ v) = constante , sin que cambie el valor de su dimensión fractal y la expresión matemática del correspondiente cálculo.

Cálculo de la dimensión fractal.

El principio de incertidumbre, que acota la energía de las fluctuaciones del vacío en función de la distancia, obedece a la expresión :

Δ E Δ x < h c/2π (sustituyendo Δ t por Δ x/c9. Eligiendo las unidades de forma conveniente y aplicando lo que acabamos de apuntar (el producto Δ E Δ x, se comporta como una variable aleatoria del tipo browniano) queda: (Δ E) =1 / n , siendo n un número entero que representa la distancia en función de la longitud de Planck (n = distancia/Longitud Planck). La dimensión fractal, en este caso, será :

(1) D = D top. energía. (log n)/ (log 1/n) = -1 . Este valor negativo nos hace pensar en algún tipo de distorsión que trataremos de identificar y neutralizar. Para n finito (para evitar indeterminaciones numéricas) es lícito y conveniente convertir, mediante una proporción directa, el valor de referencia 1/n del denominador por el número entero n :

T : { 1/n —> n y, en consecuencia, n —> n^3 }, (al final confirmaremos la validez y el efecto de esta transformación, que llamamos T) entonces :

D = D top. energía. (log n^3)/ (log n). Finalmente el valor de la dimensión fractal de las fluctuaciones de energía del vacío D será : 3 * 3 = 9, o bien 9+1 espacio-temporal.

Generalización.

Para generalizar y poder extraer más información de los resultados, introducimos el factor ficticio de peso f en el producto Δ E Δ x, de forma que :

(2) Δ E $(\Delta x)^f$ < h c/2π ,

y realizando la misma conversión T : (ahora : $1/n^f$ --> n ,y n--> n^{2+f}) , encontramos la siguiente generalización de la expresión (1):

(3) D/ D top. energía. = (log n^{2+f}) / (log n) = (2+f)= (δ+ε) / δ.

Es de resaltar que para f=0, la expresión de la energía en (2) resultaría la típica de una variable puramente aleatoria, lo que concuerda con el valor de la dimensión 2 que le confiere la expresión (3).

Descubriendo el factor que distorsiona.

Por otra parte, si realizamos el cálculo directo de la igualdad (1) (sin ningún tipo de conversión) , obtenemos :

D/ D top. energía = (log n)/ (log $1/n^f$) = - (1/f), que basándonos en (3) y sustituyendo f por su valor, en función de δ y ε queda:

(4) D/ D top. energía = -(1/f)= δ / (δ–ε).

Para pasar de la expresión

(3): D/ D top. energía. = (2+f)= (δ+ε) / δ. a la expresión (4) no tenemos más que hacer el cambio: δ ––> δ – ε , es decir a la dimensión topológica δ se le sustrae el valor ε . Este cambio es equivalente a la operación de enrollar ε dimensiones reales de las δ totales, hasta hacerlas

ocultas.(Se enrollan e l mismo número de dimensiones que el valor ε de dimensión del factor de arrugamiento).

Nota sobre la transformación T .

Generalizada con el factor f, la transformación T, hemos visto que convierte:

{ $1/n^f$ —> n , y , n —> n^{2+f} }, es decir, el valor (log n)/ (log n^{-f}) en (log n^{2+f}) / (log n) . La transformación: δ ––> δ – ε (enrollar un número ε de dimensiones) , resulta ser la inversa de la transformación T, de hecho si sustituimos f por su valor (ε–δ) / δ y aplicamos la transformación T, el resultado es equivalente a la transformación: δ / (δ–ε) --> (δ+ε) / δ (o bien:-1/f --> 2+f). Es decir, T es capaz de eliminar el efecto de las dimensiones enrolladas. Nos presenta el valor que tendría la expresión D/ D top. energía sin la acción de las mismas.

CONCLUSIÓN

Una sencilla expresión 2+f = (δ+ε) /δ relaciona el número de dimensiones ordinarias δ , el número de dimensiones enrolladas ε y el parámetro f ligado a la naturaleza del cuanto fundamental.

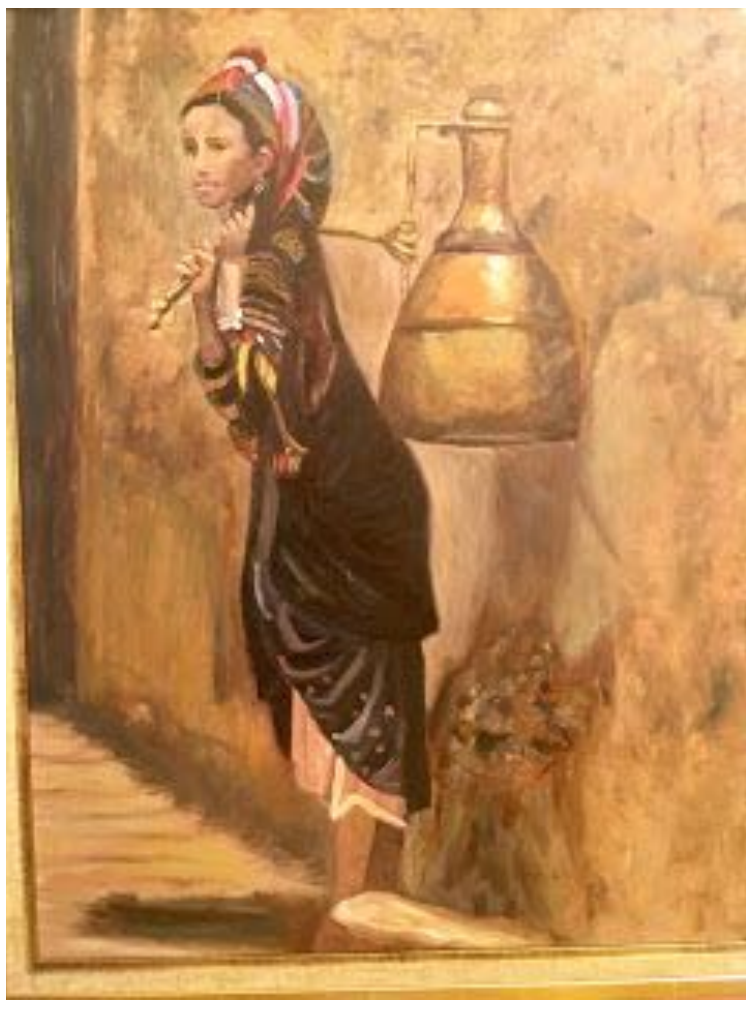
Lecturas recomendadas:

B.MANDELBROT:Los objetos fractales. Tusquets Editores,Barcelona,1987.

J. SALVADOR RUIZ FARGUETA: Estabilización cuántica y dimensiones enrolladas . Nº 23, 2004, Revista Ciencia Abierta, Universidad de Chile: http://cabierta.uchile.cl/revista/23/articulos/pdf/edu3.pdf

J.SALVADOR RUIZ FARGUETA: El sorprendente vacío cuántico. Revista Elementos (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla) nº 53 ,2004, pp.52-53. (También en la web:

http://www.elementos.buap.mx/num53/htm/52.htm)



Niña con cántaro de agua. Amparo Baviera..

En marzo de 2017, se publicó el siguiente artículo en el volumen 12 de la revista Inglomayor de la Universidad Mayor de Chile, ISSN:0719-7578.

Polvos fractales de Cantor y Koch modificados de dimensión entera

Cantor dust and Koch curve with entire dimension

José Salvador Ruiz Fargueta, srfargueta@gmail.com, Telefónica de España (Movistar), Valencia, España.

Cuando no eran conocidos los fractales resultaba extraño hablar de dimensiones no enteras. Ahora que son conocidos nos puede ayudar a comprenderlos mejor los casos de figuras fractales con dimensión entera.

Palabras clave: Fractales por dislocación, polvo de Cantor, curva de Koch

When the fractals was not known it was strange to speak of non entire dimensions. Now that they are known it can help us to understand them better the cases of figures fractals with entire dimension. Key-words: Fractal by displacement, Cantor dust, Koch curve.

1.-La segunda revolución antieuclidiana, según Mandelbrot

Según Mandelbrot [2], la primera chispa de la teoría de fractales saltó el 20 de junio de 1877, en una carta de Cantor al también matemático Dedekind. En ella ponía en tela de juicio determinados fundamentos y la propia la noción de la geometría. Le parecía haber demostrado que un cuadrado no contenía más puntos que los que contiene uno de sus lados, o que para determinar la posición dentro del mismo sólo necesitaba un número y no dos, como todo el mundo sabe. La propia noción de dimensión parecía estar en peligro, pero Dedekind no tardaría en demostrar que el concepto de dimensión sobrevivía a este ataque. Basándose en las nuevas ideas que se encontraban en el germen de estos nuevos planteamientos, Mandelbrot concibió una nueva geometría de la naturaleza, que desarrolló y aplicó ampliamente.

En 1884, Cantor, y en 1904, Koch engendraron una especie de monstruos o quimeras, unas figuras intermedias entre puntos y líneas, líneas y superficies, o superficies y volúmenes, a las que Mandelbrot llamó fractales. Para ellas, en general, su dimensión de Hausdorff (y Besicovitch) o dimensión fractal es una fracción, y su valor es diferente a su dimensión topológica

y normalmente mayor, aunque veremos en este trabajo que se pueden construir infinitos fractales con la misma dimensión fractal y topológica.

En 1890, Giuseppe Peano describió una sucesión de polígonos (dimensión topológica 1) que resulta llenar un cuadrado de un modo cada vez más apretado, de forma que el límite de dicha sucesión pasa por todos sus puntos, llenando una superficie (dimensión topológica 2).Todos estos monstruos fueron considerados estructuras patológicas por los matemáticos de la época pero Mandelbrot supo ver en ellos objetos equivalentes con los que hemos estado familiarizados desde siempre. Los polígonos de Peano están, en cierta forma, en los retículos de

plantas, redes fluviales o cortes cerebrales, el polvo de Cantor aleatorio se puede observar al comparar los periodos de transmisión limpia y los periodos con errores en las líneas de datos y la curva de Koch o copo de nieve, con cierto grado de aleatoriedad, nos puede aproximar a las costas de los países.

Gracias a estas construcciones matemáticas y a la labor de Benoît Mandelbrot, la revolución intelectual resultante nos ha ofrecido un nuevo instrumento para estudiar problemas de hidrología, turbulencia, anatomía o botánica, entre una gran variedad de disciplinas.

En los últimos cincuenta años nos hemos ido acostumbrando a las dimensiones no enteras que presentan los fractales, su llamada dimensión fractal. Los polvos fractales tienen una dimensión no entera entre 0 y 1 (el polvo de Cantor: 0,6309297), las costas fractales poseen una dimensión no entera entre 1 y 2, y las superficies fractales una dimensión entre 2 y 3. Ahora veremos que modificando los viejos monstruos de Cantor y Koch podremos obtener infinitos polvos fractales cuya dimensión será, sorprendentemente, entera.

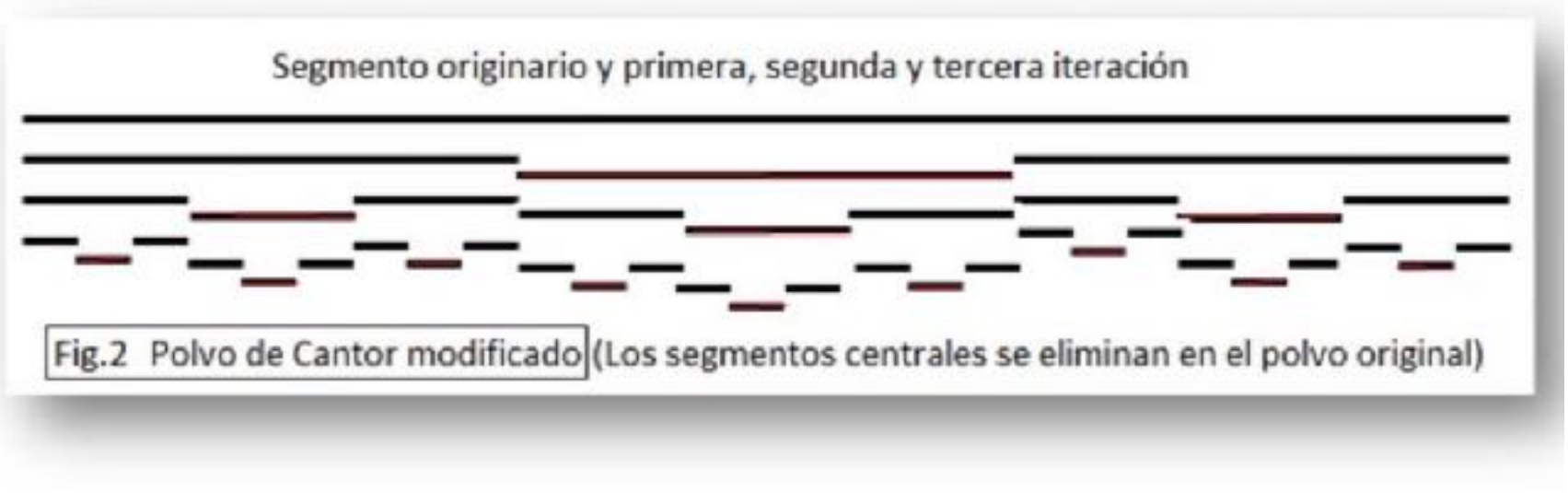
2.-Polvo de Cantor/ Polvo modificado de Cantor de dimensión entera

El polvo de Cantor es una construcción geométrica que, como vemos en la Fig.1, surge de sustraer el tercio central a un segmento. El método seguido en la primera iteración se va repitiendo sucesivamente, y en el límite tendríamos infinitos segmentos aislados que tenderían a puntos.

El segmento inicial queda pulverizado en infinitos segmentos de longitud tendente a cero, además la longitud de la suma de todos los segmentos también tiende a cero, pues a cada iteración esta suma se multiplica por 2/3, por lo que el término n de la sucesión geométrica será (2/3) n que tiende a cero (medida cero). La dimensión fractal de este polvo se halla analizando el método seguido en la primera iteración: a un segmento dividido en 3 partes le quedan 2 de esas partes por la sustracción de la parte central: Dim. Fractal = log (2) / log (3) = *0,63092...* Una dimensión entre cero y uno, entre la dimensión del punto y de la recta.

La siguiente imagen representa la construcción del polvo de Cantor modificado:

(fractal por dislocación o desplazamiento)[4]



Aquí no se sustrae el tercio central de cada segmento, sólo se escalona. En este caso la suma de todos los segmentos en cualquiera de las sucesivas iteraciones seguirá midiendo lo mismo que el segmento originario. Al final se habrá pulverizado el segmento inicial en infinitos segmentos cuya suma total seguirá midiendo lo mismo. La dimensión ahora será Dim. Fractal = log(3)/log (3) =1. Un polvo fractal de dimensión entera, concretamente dimensión unidad.

3.-Curva de Koch/ Curva modificada de Koch (polvo fractal de Koch de dimensión entera: fractal por dislocación o desplazamiento). Polvo fractal de dimensión 2.

Tal como se comentaba más arriba, la curva que creó Koch (año 1904) es un objeto geométrico que se sitúa entre una línea y una superficie: ocupa más espacio que una línea, pero menos que una superficie.Concretamente es un fractal de dimensión 1,26186...

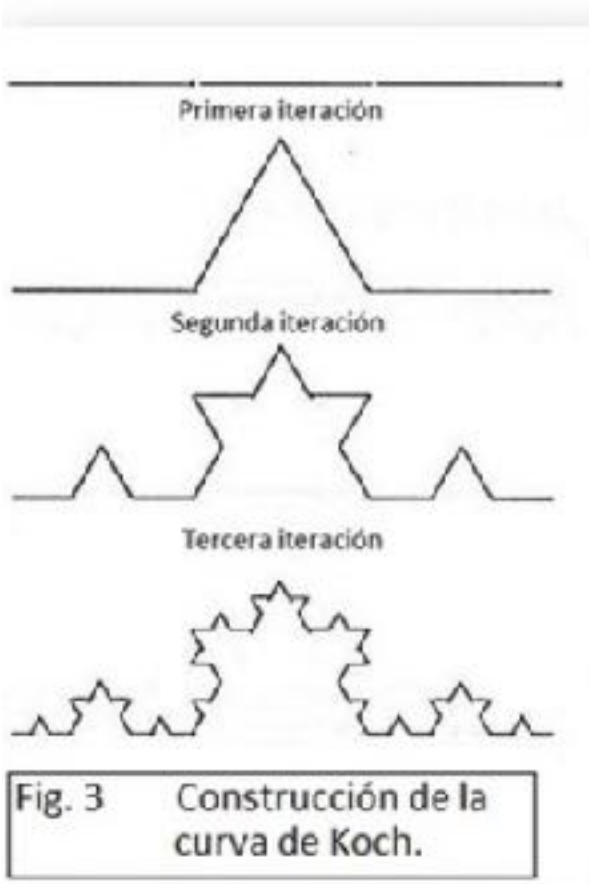


Fig. 3 Construcción de la curva de Koch.

Partiendo de un segmento de medida 3, obtenemos otro de medida 4 donde se ha sustituido su parte media por dos segmentos en ángulo de 60º. Si nos fijamos en la primera iteración calcularemos la dimensión fractal dividiendo el log (4) por el log (3). Después de n iteraciones, la longitud de la curva será (4/3) n. Para n infinito la longitud será infinita.

Tal como vemos en la construcción de la curva de Koch, es continua pero no derivable, pues no se puede trazar tangente a ninguno de ellos.

En general la dimensión encontrada será igual a la

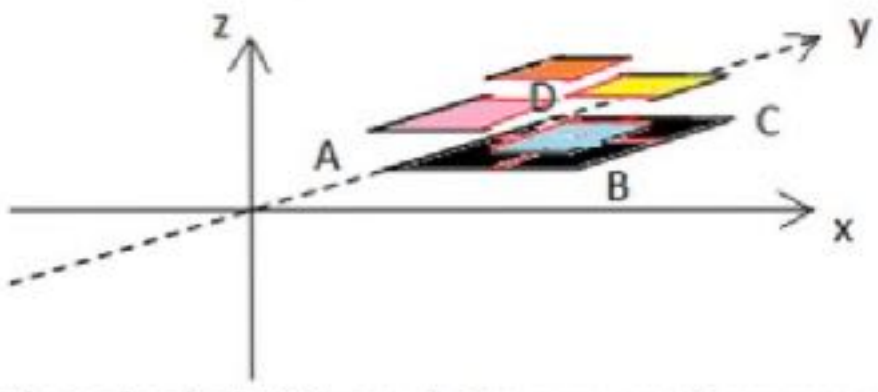
siguiente expresión: Dimensión = D = log N / log (1/r), donde N son las partes en las que se ha descompuesto el todo, las cuales se pueden deducir de él por una homotecia de razón r. En la referencia [3] encontramos definiciones de la dimensión de homotecia y de la dimensión (fractal) de contenido o dimensión de Hausdorff-Besicovitch, entre otras.

La curva de Koch modificada (polvo de Koch) se presenta en la figura 4 (arriba). Vemos la primera iteración y el cálculo de su dimensión [4]:

De los cuatro segmentos AB, BC, CD, DE de la primera iteración sólo se dibujan las ¾ partes iniciales, después en la siguiente iteración se realizará la misma operación. Con esto conseguimos que la longitud total de los segmentos, en cada iteración, siempre sea igual a la longitud del segmento originario. Al final tendremos el segmento original pulverizado en infinitos segmentos de longitud tendente a cero, pero cuya suma total seguirá siendo igual al segmento origen. Además, a pesar de lo intrincada de la construcción, la dimensión del polvo resultante será entera e igual a la unidad.

Es de resaltar que tanto Mandelbrot [2], como Falconer [1] indican que en los objetos fractales se cumple que su dimensión es mayor que su dimensión topológica. En estos casos especiales en que la recta se disloca o escalona sin perder ni ganar integridad la dimensión del fractal resultante sigue siendo, tal como vemos, la misma dimensión que la de la recta original, es decir la unidad. Y es lógico, porque si la dimensión de un fractal nos indica el espacio que es capaz de llenar, los fractales que hemos construido por dislocación no ocupan más espacio que la recta de la que proceden.

Fig. 4 Polvo fractal de dimensión 2



El cuadrado ABCD, en el plano xy, se descompone en cuatro cuadrados que se dislocan sobre el mismo a diferente altura.

La dimensión es mayor que su dimensión topológica en los fractales continuos, cuando observamos pliegues (como ocurre en la curva original de Koch), pero cuando simplemente existen dislocaciones, sin ganar ni perder longitud en las progresivas iteraciones, la dimensión sigue siendo la misma que la recta original.

Si en lugar de partir de un segmento partimos de una superficie plana ocurrirá lo mismo, siempre que en las progresivas iteraciones sólo haya dislocación y no se gane ni se pierda superficie. El fractal resultante seguirá teniendo dimensión 2 [fig.4]. El proceso, en general, consiste en una pulverización sistemática de una entidad geométrica mediante la dislocación de sus partes de forma iterada. Cada una de ellas sigue pulverizándose paso a paso de la misma forma que el ente original. En la figura, el cuadrado original se convierte en cuatro cuadrados situados sobre él, a diferente altura cada uno de ellos. Esa posición relativa de cada uno de ellos respecto al original se vuelve a repetir en la siguiente iteración. Entonces el cuadrado original se habrá convertido en 16 cuadraditos dislocados, a diferentes alturas, cuya superficie total será la misma que la del cuadrado original.

Los viejos monstruos de Cantor y Koch, ahora modificados, nos vuelven a plantear preguntas sobre los fractales, que creíamos conocer, y sobre la dimensión. Infinitos segmentos o superficies infinitesimales cuya suma sería capaz de volver a recomponer un segmento o una superficie (o incluso un objeto 3D) originales...¿siguen teniendo dimensión 1 ó dimensión 2?

4.-Bibliografía

[1]Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications 2nd edition KJ Falconer - Wiley, 2003.

[2]Pensar la matemática , B. Mandelbrot, et al. 2ªEd. Tusquets Editores, Barcelona 1988.

[3]Los objetos fractales , B. Mandelbrot,Tusquets Editores, Barcelona 1987.

[4]Polvo fractal con dimensión entera , J.S. Ruiz Fargueta, Ciencia abierta (Universidad de Chile), nº 31.

Balcón con macetas, Cuenca. Amparo Baviera

El caos que vino del orden: el efecto mariposa

En el siglo XVIII el gran filósofo, matemático y astrónomo Pierre Simon Laplace, en plena euforia por el éxito de las leyes newtonianas, suponía que con esas leyes en la mano y con lo datos necesarios: “Una inteligencia abarcaría en la misma fórmula los movimientos de los cuerpos más gigantescos del cosmos y los del átomo más imperceptible; para ella no habría nada incierto, y así el futuro como el pasado estarían ante sus ojos”. Isaac Asimov, muchos años después, en uno de sus ensayos sobre la incertidumbre, comparaba esa actitud con la del joven que es lo suficientemente inmaduro para creer que lo sabe todo. Con los años van desapareciendo muchas certidumbres y de la misma forma, a principios del siglo XX con la teoría de la relatividad de Einstein, con la física cuántica y la incertidumbre de Heisenberg, los viejos esquemas

Atractor de Lorenz. Wikipedia

deterministas fueron cayendo y dejando tras de si un mundo menos seguro e intuitivo. Aún así, hasta mediados del siglo pasado todavía era una creencia general entre los científicos que dado un conocimiento aproximado de las condiciones iniciales, y, conociendo la ley natural, podía calcularse el comportamiento aproximado de un sistema.

Se creía que de la misma forma que los astrónomos consiguieron hacer sus previsiones sobre los movimientos de los astros, con el conocimiento de las leyes que se tenía sobre el tiempo

atmosférico y la potencia de cálculo que iban a brindar los ordenadores se iba a poder prever, cada vez con mayor aproximación, el tiempo atmosférico. Se suponía que el problema que se planteaba era semejante, una cuestión de aproximaciones, que siendo cada vez mejores, conseguirían una mejor previsión a largo plazo. El optimismo irreal que caracterizó los años 1950 y 1960, en lo que a a la previsión del tiempo atmosférico se refería, se vio truncado por un asombroso descubrimiento del meteorólogo y matemático Edward Lorenz.

Lorenz, como matemático que era, trató de extraer la esencia de lo que
ocurría con el tiempo atmosférico y encontró unas sencillas y, aparentemente, anodinas ecuaciones diferenciales. No parecían tener nada de particular, pero al tratar de representarlas se dio cuenta, por casualidad, de que una diferencia mínima en los datos de entrada originaba que,

al pasar el tiempo, el patrón representado variara de forma completamente diferente. Descubrió los sistemas muy sensibles a las condiciones iniciales: una pequeñísima variación en los datos de entrada originaba resultados completamente diferentes. Estudiando estos sistemas en un espacio abstracto llamado espacio de fases se descubrió que mientras los sistemas conocidos tendían a figuras concretas y sencillas como puntos o circunferencias, llamadas atractores, estos otros tendían a figuras de complejidad infinita que fueron bautizados con el nombre de atractores extraños. El primero de estos atractores es el atractor llamado la mariposa de Lorenz que aparece en la figura superior.

A partir de sistemas conocidos y regidos por ecuaciones en “completo orden” obtenemos unos sistemas que parecen llevar el caos en lo más profundo de su esencia. De forma exagerada, pero muy ilustrativa, Lorenz explicaba que los sistemas relacionados con el tiempo meteorológico eran tan sensibles a las condiciones iniciales que el simple aletear de una mariposa, en un rincón de China, podría variar las condiciones climatológicas en Alabama. A partir de un orden establecido, se producen infinidad de realimentaciones en las que intervienen la convección del fluido caliente, su velocidad y la transferencia del calor entre diferentes capas del mismo. El orden lineal es sustituido por la no linealidad caótica y muy sensible a las más pequeñas variaciones.

Libro muy recomendable: "CAOS, la creación de una ciencia", de James Gleick. Una obra maestra de la divulgación de esta nueva ciencia que es el caos. Una ciencia de las cosas

cotidianas: del arte y de la economía, de los ritmos biológicos y de los atascos de circulación, de las cascadas y del tiempo…

En marzo de 2016, se publicó el siguiente artículo en el volumen 11 de la revista Inglomayor de la Universidad Mayor de Chile, ISSN:0719-7578.

Turbulencia y estabilización geométrica en fractales

En la turbulencia los remolinos, visualmente perceptibles en todas las escalas, ofrecen una evidencia de que la geometría fractal subyace en la propia esencia del sistema. Un fenómeno de

estabilización geométrica en fractales puede ayudar a tratar la propia estabilización de la turbulencia.

Palabras clave: Turbulencia, geometría fractal, estabilización, dimensión fractal relativa, dimensiones compactadas

In turbulence , swirls on all scales provide evidence that fractal geometry underlies the very essence of the system. A phenomenon of fractal geometric stabilization can help treat the stabilization of turbulence.

Key-words: Turbulence, fractal geometry, stabilization, fractal dimension relative, compacted dimensions

Según Mandelbrot, en su libro “La geometría fractal de la naturaleza (1997)”, el estudio de la turbulencia es uno de los capítulos más antiguos, duros y frustrantes de la física (Nota 1). En el mismo se decanta a favor de un enfoque más geométrico que analítico y para ello hace uso de los fractales. De hecho la autosemejanza viene sugerida por los remolinos, visualmente perceptibles, en cualquier fenómeno turbulento. La conclusión más importante de Mandelbrot, sobre la correspondencia entre turbulencia y fractales, es que el dominio de disipación, esto es, el conjunto espacial en el que se concentra la disipación turbulenta, admite un modelo fractal. Además indica que diversas medidas, realizadas con otros fines, sugieren que la dimensión en este dominio cae entre 2,5 y 2,6, pero probablemente por debajo de 2,66. Llega, incluso, a sugerir que se defina como turbulento a todo flujo cuyo soporte tenga una dimensión del orden apuntado anteriormente.

Actualmente, en la comunidad científica encontramos multitud de autores que, como Mandelbrot, aceptan la premisa que relaciona turbulencia y geometría fractal, de hecho buscando dicha relación en Google Scholar encontramos del orden de 35 000 artículos científicos.

Veremos una forma de modular la dependencia espacial de un fractal, modificando la geometría del espacio que lo contiene, y analizaremos las posibilidades de estabilización que ello supone.

Dimensión y dependencia espacial de los fractales

La dimensión fractal depende de dos factores que se suman: la dimensión topológica y un coeficiente dimensional, tanto más grande como irregular sea el fractal. Así, podemos tener trayectorias fractales (Nota 2) de dimensión 3, mientras que su dimensión topológica sólo es 1 (es una línea). Lo interesante es que las líneas fractales tienen una dependencia muy clara y notable con la distancia (Nota 3) y su forma de distribución espacial. De hecho, simplemente sabiendo que la línea fractal tiene dimensión 3 podemos asegurar que para alejarse de un punto arbitrario del espacio n pasos efectivos el fractal debe desplazarse n^3 pasos reales.

Dimensión fractal relativa, suma o resta de dimensiones

Esta dependencia de las líneas fractales con la distancia se puede extender a superficies o a espacios con dimensión topológica mayor de una forma sencilla, siempre que las propiedades del fractal sean lo más isótropas posibles. Para ello dividimos la dimensión fractal del objeto a estudiar por su dimensión topológica y al resultado lo llamaremos dimensión fractal relativa. En cierta forma convertimos al fractal estudiado en una línea fractal, aunque lógicamente la trasformación no conserva las propiedades direccionales o anisótropas del fractal original.

Vamos a ver un sencillo cálculo sobre todo esto: Imaginemos un fractal con dimensión topológica δ y con un coeficiente dimensional ε . Su dimensión fractal será: δ+ε . Y su dimensión fractal relativa :

Dimensión fractal relativa = (δ+ε)/δ (Expresión A).

Aclaración previa: Todos los objetos cotidianos que nos rodean tienen 3 dimensiones, pero en muchos de los casos nos encontramos con que una o dos de sus dimensiones son despreciables respecto a las otras. Un hilo muy fino de algodón sólo tiene una dimensión significativa, a efectos prácticos dos de sus dimensiones están compactadas: esto supone una resta de dos dimensiones. Un folio de papel tiene, en cambio, una sola dimensión compactada y dos dimensiones significativas: supone la resta de una dimensión. En cierta forma, el coeficiente dimensional ε “suma” dimensiones a la dimensión topológica y las dimensiones compactadas las “restan”.

Ahora supongamos que “restamos” al número de dimensiones topológicas un valor igual a ε de forma que δ se convierte en δ-ε (nuevo valor de las dimensiones significativas, porque se compactan una cantidad ε de dimensiones). Entonces, el nuevo valor de la dimensión fractal relativa será (sustituyendo δ por δ-ε):

Dimensión fractal relativa = δ/(δ-ε) (Expresión B).

Estabilización del fractal

Hay una diferencia significativa entre la (Expresión A) y la (Expresión B), la primera sólo puede ser positiva pero la segunda puede ser, también, negativa. De hecho nos interesa la posibilidad de que su valor sea (-1). En ese caso: δ/(δ-ε) = -1. Que se cumple para el valor de las nuevas dimensiones significativas δ igual a ε/2.

Para comprender el significado de lo que decimos, en el caso de un espacio sin dimensiones reducidas (expresión A), para un valor de δ= 3 y ε= 6, la (Expresión A) nos dice que el fractal tiene dimensión relativa 3 y depende del cubo de la distancia. Para el caso de un espacio en el que se ha reducido el número de dimensiones topológicas (Expresión B), para los mismos valores la expresión B toma el valor -1 y el fractal depende del inverso de la distancia.

De un fractal sumamente intrincado pasamos a otro que se diluye en la distancia. Aunque la dimensión del fractal sigue siendo la misma.

Conclusiones:

Existe una íntima relación entre la dimensión de un fractal y su dependencia con la distancia. Al modificar la geometría del espacio que lo contiene podemos actuar sobre esa dependencia y sobre la forma en que se nos presenta en el espacio. Es posible conseguir una estabilización geométrica, previo estudio de las características geométricas del fractal y de su entorno: restringiendo los grados de libertad, en función de su coeficiente dimensional ?? debemos conseguir que la (Expresión B) se convierta en negativa. Esta posibilidad, sobre la modulación geométrica de un fractal, se ha encontrado al trabajar sobre la hipótesis de que la energía cuántica del vacío pueda tener propiedades fractales (ver Nota 4, para una mejor comprensión).

Notas y Bibliografía

(Nota 1) B. Mandelbrot: La geometría fractal de la naturaleza. Tusquets Editores, Barcelona 1997.

(Nota 2) En sentido estricto no se puede hablar de verdaderas trayectorias, pues no tienen nada que ver con las trayectorias clásicas de los objetos que conocemos.

(Nota 3) B. Mandelbrot:Los objetos fractales. Tusquets Editores, Barcelona, 1987. Ver los primeros conceptos, sobre el cálculo de la dimensión de líneas fractales clásicas. A partir de ese sencillo cálculo se hace evidente esa dependencia.

(Nota 4) J.S. Ruiz Fargueta: El sorprendente vacío cuántico. Revista Elementos (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla) no 53 ,2004, pp.52-53.

[Bis] J.S. Ruiz Fargueta: “Estabilización del vacío cuántico y dimensiones enrolladas”. Revista Ciencia Abierta de la Universidad de Chile, Volumen 23 de febrerode 2004 .

Posteriormente publicado en la revista Aleph Zero, número 74. Universidad de las Américas Puebla.

La tetera. Amparo Baviera

Estructuras disipativas, método científico y entropía

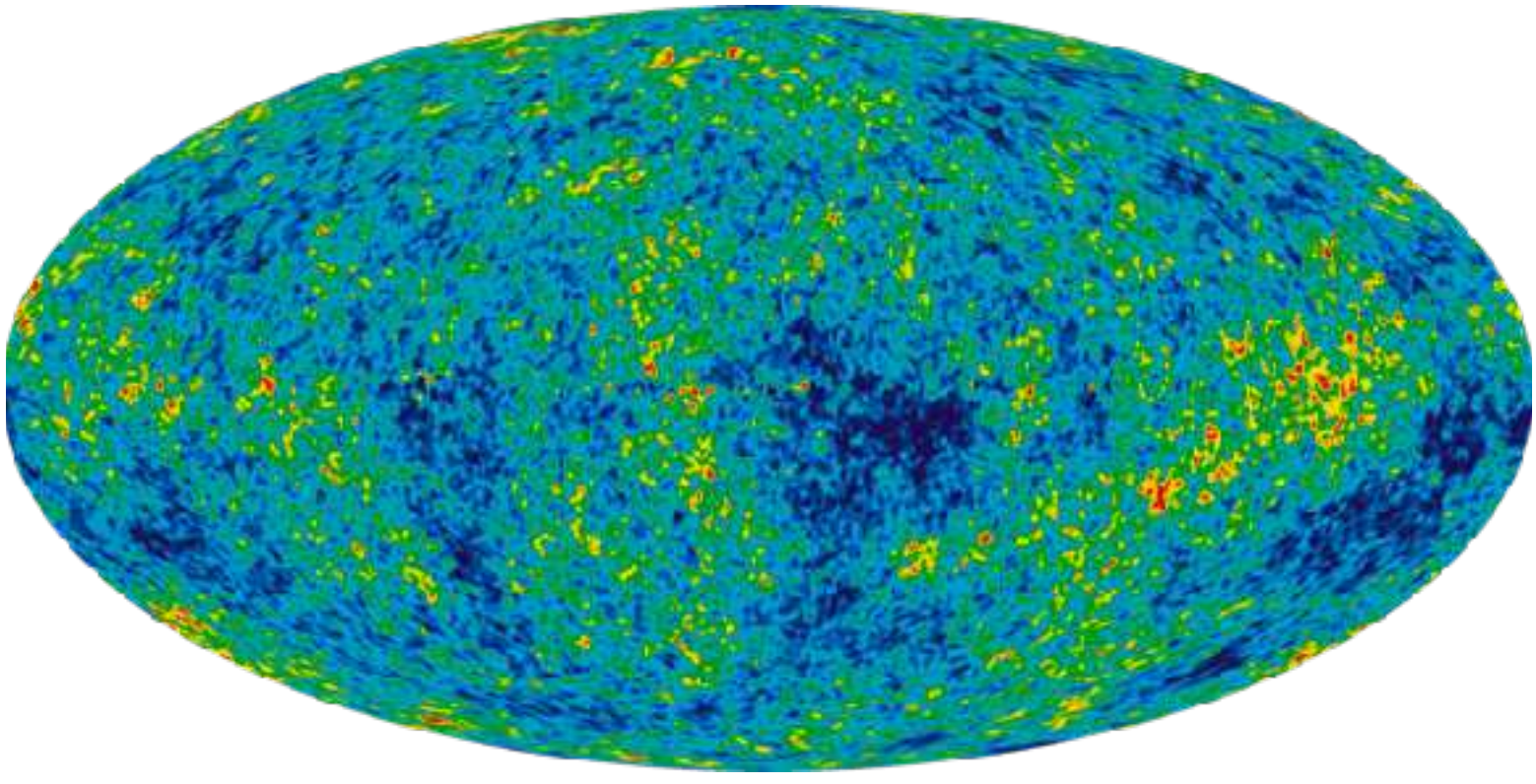
(Artículo de divulgación enviado el 3/03/20 al Dr. Roberto Acevedo LLanos para una colaboración en el Journal Inglomayor, volumen 18, (Univ. Mayor de Chile) que me pidió en reciente correo electrónico.

De la interacción con nuestro entorno intercambiamos materia y obtenemos energía y conocimiento en bruto que después convertimos en ciencia y tecnología. La vida, los ecosistemas y, en cierta forma, las propias sociedades humanas son un tipo especial de estructuras llamadas disipativas que obtienen orden (disminuyen su entropía) a costa del entorno. Son estructuras abiertas que aumentan su información útil a partir de la información exterior. En el límite, este fenómeno es el que lleva a la ciencia a confirmar con experimentos la veracidad de sus teorías.

Estructuras disipativas

En el equilibrio o cerca de él, no se produce nada interesante, todo es lineal. Cuando pueden ocurrir cosas sorprendentes es lejos del equilibrio: si llevamos un sistema lo bastante lejos del equilibrio, entra en un estado inestable con relación a las perturbaciones en un punto llamado de bifurcación. A partir de entonces la evolución del
sistema está determinada por la primera fluctuación, al azar, que se produzca y que conduzca al sistema a un nuevo estado estable. Una fluctuación origina una modificación local de la microestructura que, si los mecanismos reguladores resultan inadecuados, modifica la macroestructura. Lejos del equilibrio, la materia se autoorganiza de forma sorprendente y pueden aparecer espontáneamente nuevas estructuras y tipos de organización que se denominan estructuras disipativas. Aparece un nuevo tipo de orden llamado orden por fluctuaciones : si las

fluctuaciones del ambiente aumentan fuera de límite, el sistema, incapaz de disipar entropía a ese ambiente, puede a veces "escapar hacia un orden superior" emergiendo como sistema más evolucionado.



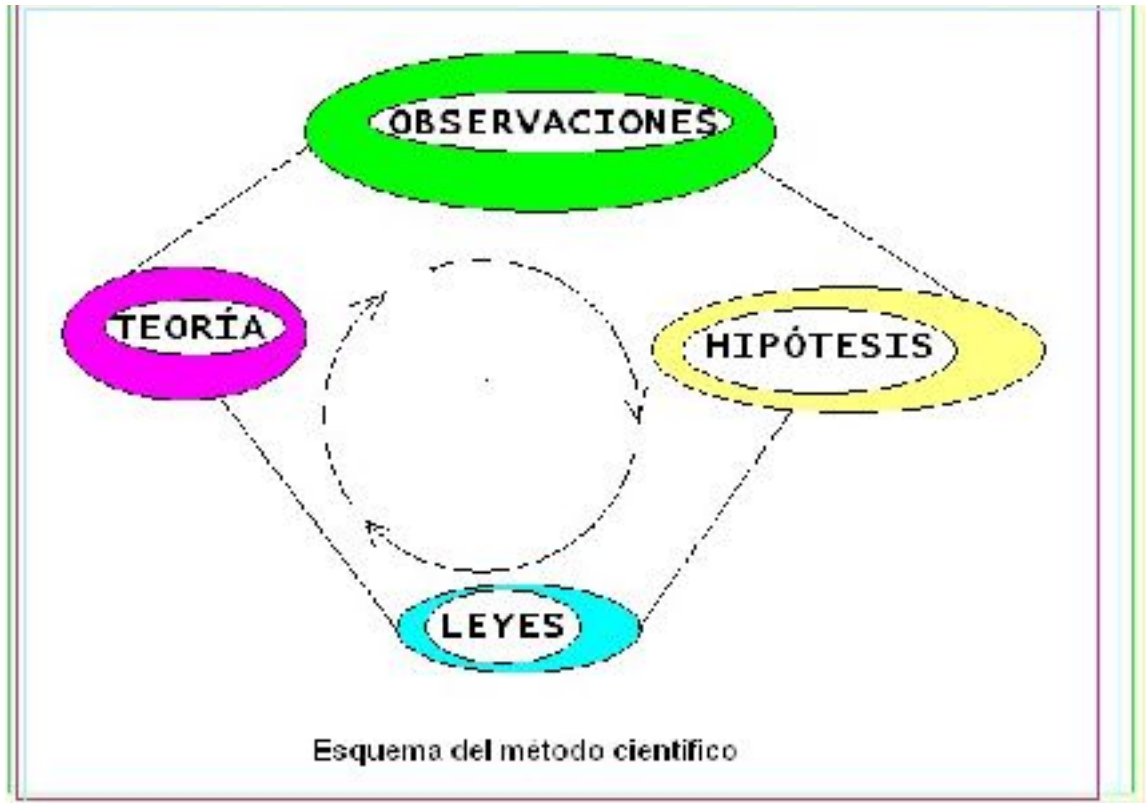
Radiacción de fondo de microondas. Wikipedia.

En estos nuevos tipos de estructuras y orden se basan la vida, la organización de un termitero, los ecosistemas y las propias organizaciones y sociedades humanas. Pero lo más importante es que este nuevo orden en el que el determinismo y el azar se llevan de la mano si que es un universal. Estas estructuras, al igual que la vida no aparecen y progresan por pura casualidad o accidente como se creía.

El método científico como límite del intercambio de información con el entorno.

Nuestros genes transportan una información preciosa conseguida del entorno a través de millones de años de intercambio y evolución. Nacemos, casi, como una hoja de papel en blanco, y a partir de entonces seguimos aprendiendo de nuestro exterior. De nuestros padres, de las demás personas y seres, del comportamiento de los otros, de todo lo que nos pasa y de la información que nos llega. Lo externo, como un todo, nos hace como somos. A la ciencia como estructura, en cierta forma le pasa igual. A través del método científico necesita, para avanzar, contrastar las

teorías mediante experimentos que confirmarán o no su adecuación a la realidad. En ese sentido desde la menor prueba al mayor de los experimentos, son la forma de interactuar con el entorno para ganar en orden, información y complejidad.



Esquema del método científico

Experimentos tan formidables como los que se están realizando, o se realizarán, con el LHC nos permitirán confirmar un montón de teorías y suposiciones, o nos ayudarán a concebir otras nuevas, que seguirán cambiando nuestra sociedad y a nosotros mismos en un baile sin fin en la escala de la complejidad.

Y en ese curioso "baile", incluso si llega a ocurrir lo que se ha llegado a denominar "La singularidad" (singularidad tecnológica), la aparición de los ordenadores ultralistos (máquinas "más inteligentes que los seres humanos") como cuenta el artículo de 1993 escrito por el ingeniero informático y escritor de ciencia ficción Vernor Vinge, en el que sostiene que la aceleración del progreso tecnológico nos ha llevado "al borde de un cambio comparable a la aparición de la vida humana en la Tierra", la esencia no cambiará. En el hipotético futuro en el que las supermáquinas inteligentes o cualquier supercivilización nos supere, seguirá necesitando

de su entorno para aprender y aprender cada vez más, seguirán necesitando contrastar sus hipótesis con la realidad y confrontando su tecnología con esa misma realidad.

Reflexiones: multiversos, espacio-tiempo, mito

¿Hasta cuando? Hay un límite, nuestro universo no es infinito y su final será la llamada muerte térmica, la uniformidad total de la que ya no se podrá extraer ni energía ni información, el estado de máxima entropía y máximo desorden. Aunque haciendo una suposición más de ciencia ficción que de ciencia, antes de llegar a esto es de suponer que alguna de las civilizaciones más avanzadas habrá aprendido todo lo que se puede aprender sobre las leyes físicas de este universo, y podría tener una tecnología capaz de llevarla a otros universos en estados menos degradados (suponiendo que vivimos en un multiverso).

Entre todo esto, una reflexión más: seguimos suponiendo el espacio y el tiempo como el contenedor fundamental de todo lo que es y acontece en el universo (multiverso), pero las dos teorías física más formidables con las que contamos, la relatividad general y la mecánica cuántica y sobre todo su incipiente fusión a la que llamamos gravedad cuántica, nos cuentan que ni el espacio ni el tiempo son las entidades fundamentales que creemos sino que dimanan de otra puramente cuántica subyacente. El universo, el nuestro, tuvo un principio, pero ¿el multiverso si existe tuvo un principio o siempre estuvo ahí? Es más, ¿tiene sentido seguir hablando en términos de tiempo y espacio, tal como los conocemos, sabiendo que hay alguna entidad cuántica más fundamental de la que emanan?

Primero fue el mito para explicar la realidad que no entendíamos, le han seguido la filosofía y la ciencia, y conforme avanzamos con ella nos va adentrando en un mundo que cada vez nos parece más mítico y menos real. Caminamos como un ciego que sólo cuenta con su inteligencia y su metódico bastón científico, y vivimos tiempos de grandes cambios que, espero, pronto (soy muy optimista) nos darán una nueva bella teoría sobre gravedad cuántica que nos ayude a entender mejor este mundo y a nosotros mismos.

El Big Bang, una "explosión" en perfecto orden, mínima entropía y origen del segundo principio de la termodinámica.

La curvatura del espacio-tiempo se manifiesta como un efecto marea. Si caemos hacia una gran masa sentiremos que nuestro cuerpo se estira en la dirección de caída y se aplasta en las direcciones perpendiculares a aquella. Esta distorsión de marea aumenta a medida que nos acercamos, de forma que para un cuerpo que caiga a un agujero negro de varias masas solares el efecto lo destrozaría, destrozaría sus moléculas, sus átomos, después, sus núcleos y todas las partículas subatómicas que lo constituyeran. Un verdadero efecto desorganizador, y motor de desorden, de la gravedad en su máximo exponente. No sólo la materia, sino el propio espacio-tiempo encuentran su final en las llamadas singularidades del espacio-tiempo que representan los agujeros negros. Son consecuencias que se deducen de las ecuaciones clásicas de la relatividad general de Einstein y de los teoremas de singularidad de Penrose y Hawking.

Si los agujeros negros son singularidades en donde colapsa la materia y el propio espacio-tiempo, existen otro tipo de singularidades. Utilizando la dirección inversa del tiempo nos encontramos con la singularidad inicial en el espacio-tiempo que llamamos Big Bang. Esta singularidad representa todo lo contrario, la creación del espacio-tiempo y de la materia. Aunque podríamos pensar que hay una completa simetría entre los dos fenómenos, cuando los estudiamos con detenimiento encontramos que no pueden ser exactamente inversos en el tiempo. La diferencia entre ellos contiene la clave del origen de la segunda ley de la termodinámica, la famosa ley que dice que :"La cantidad de entropía, o desorden, de cualquier sistema aislado termodinámicamente tiende a incrementarse con el tiempo, hasta alcanzar un valor máximo". También contiene la clave de la llamada flecha del tiempo.

El orden inicial, tal como apunta Penrose, es el responsable de todo nuestro orden actual y futuro, y de la organización que presentan nuestros organismos vivos. **Hasta tal punto fue ordenada la**

explosión inicial, que la distorsión destructiva a la que me refería al principio, que tiende a infinito en un agujero negro, fue igual a cero en el Big Bang. Esta distorsión del espacio-

tiempo, con conservación de volumen, debida al tensor de curvatura espacio-temporal llamado Weyl, fue nula.

Libros recomendados:

La nueva mente del emperador. Roger Penrose. Grijalbo Mondadori S.A. Barcelona 1995.
¿Tan solo una ilusión". Una exploración del caos al orden. Ilya Prigogine. Tusquets Editores S.A. Barcelona 1997.
La naturaleza del espacio y del tiempo. Stephen Hawking, Roger Penrose. Ed. Debate, Madrid 1996.

Mar y rocas. Amparo Baviera.

Números primos, números de una sola pieza

Entre los números naturales 1, 2, 3 ,4 , 5, 6, 7, ,..., , n, existen unos números especiales que sólo son divisibles por la unidad y por ellos mismos. Estos números son llamados números primos y

desde que se conocen han producido una extraña fascinación entre los matemáticos. Existen infinitos, Euclides realizó la primera demostración conocida de su infinitud alrededor del 300 a.C., pero su distribución, aparentemente aleatoria, sigue siendo una incógnita.

En cierta forma, estos números podríamos decir que son "de una pieza", y todos los demás números naturales se pueden construir a partir de ellos mediante un proceso llamado factorización. Los primeros números primos menores de cien son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,

31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97. Cada uno de ellos sólo se puede escribir como: 2 = 2, 3 = 3,..., 29 = 29,..., 67=67, ..., etc. Mientras que el resto de números naturales necesitan expresarse en función de los números primos: 4 = 2x2, 9 = 3x3, 6 = 3x2, 8 = 2x2x2, ...,30 = 2x3x5, etc.

Leonhard Euler

Se conoce una importante expresión llamada teorema de los números primos que nos da la cantidad de números primos que existen hasta un determinado número. Aproximadamente, para números suficientemente grandes, la expresión es:

Cantidad de números primos = (número)/Logaritmo Neperiano(número).

Aplicando la fórmula para (número)=1000, obtenemos 145 primos, cuando en realidad hay 168. Para 5000 nos acercamos un poquito más, la expresión nos da 587 y en realidad existen 669, y

conforme probamos números mayores nos acercamos más, aunque las cifras convergen muy lentamente: para 1000 el 86,3%, para 5000 el 87,7% y para 50000 el 90%.

Lagunas con ausencia de números primos:

Entre 1 y 100 existen 25 números primos, como hemos visto, y en la lista observamos grupos de números compuestos, una especie de lagunas con ausencia de números primos: del 24 al 28 y del 90 al 96. Entre el 100 y el 200 hay 23 primos: 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149,151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191,193, 197, 199. Y encontramos lagunas como la del 182 al 190. Nos podemos preguntar si existen lagunas más grandes entre números primos. A simple vista, parece que no vamos a encontrar ninguna de estas lagunas de forma clara con una suficiente cantidad de números, pero no es así. Podemos encontrar tantas como queramos y de la longitud que deseemos, para ello utilizaremos la siguiente expresión (pueden encontrarse muchas más): n!+2 , desde 2 hasta n. Vamos a ver algunos ejemplos: para n=3, 3!=3x2x1=6; 6+2=8 y 6+3=9. Hemos encontrado la primera laguna formada por el 8 y el 9. Seguimos con n=4: 4!=4x3x2x1=24; 24+2=26, 24+3=27 y 24+4=28. Hemos encontrado tres números compuestos seguidos, pero con esta expresión podemos encontrar cuantos queramos, por ejemplo 101 números seguidos (al menos): 102!+2, 102!+3, 102!+3, ..., 102!+101,102!+102.

¿De cuántas piezas están hechos los números?

Volviendo al título del post, se pueden ver los números compuestos como formados por piezas de números primos. Un número compuesto cualquiera, por ejemplo, el 6 es igual al producto de dos números primos 2x3, podemos considerarlo como formado por dos piezas, la pieza 2 y la pieza 3. En cambio los números primos, como el 7, están formados por sólo una pieza. En un símil musical el número primo podría considerarse como armónico principal y único, y el número compuesto

como una composición de armónicos primos que formarían su espectro o descomposición factorial.

Analizando la factorización de un número como producto de números primos, podríamos imaginar que cualquier número está formado por tantas piezas como factores primos lo componen. Se observa como curiosidad que los números del orden de 100 estarían formados, como media, por un producto de 2,7 números primos, los del orden de 1000 por un producto de 2,96 números primos, los de 10000 por un producto de 3,16 números, los de 100000 por 3,3, los de 1000000 por 3,42 y los de 10000000 por 3,64. Observamos que la cantidad de "piezas" necesarias para formar cualquier número aumentan muy lentamente, y ese aumento, además, decrece. Es un tanto asombroso que mientras un número de 3 cifras necesita tres primos para factorizarse (está hecho de tres piezas), uno de 10 cifras sólo necesita cuatro (está hecho de cuatro piezas). Claro que al hablar de piezas estas son tan dispares como el 3 y el 2000003, ambos son números primos.

En un extraño (e imaginario) mundo cuántico formado por números enteros, sería fácil descubrir los números primos. Todos los números compuestos se verían como una borrosa superposición

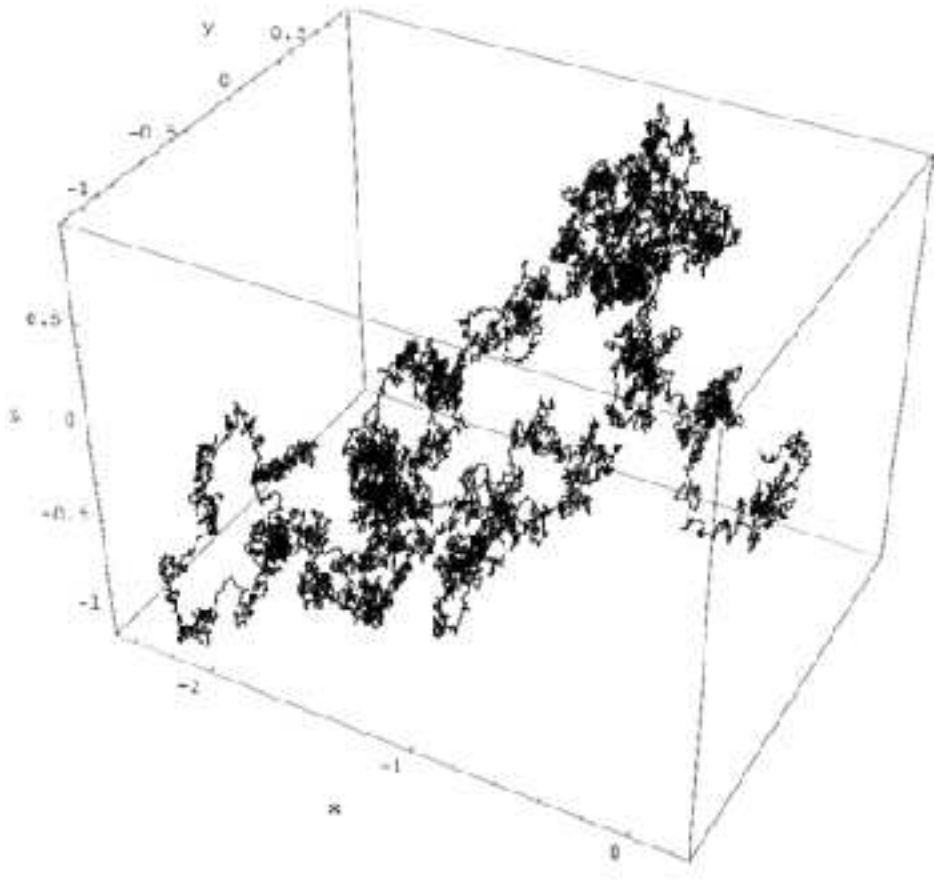
de armónicos primos mientras que los números primos aparecerían claros y estables con una sola configuración fácilmente distinguible. Algo de esto debe le debe ocurrir a Daniel Tammet, un joven

autista inglés con una sorprendente capacidad para los números. Cuando piensa en ellos ve formas, colores y texturas que le permiten distinguirlos de una manera asombrosa. Al multiplicar dos números ve dos sombras; al instante aparece una tercera sombra que se corresponde con la respuesta a la pregunta. Cuando piensa en algún número sabe reconocerlo como primo o compuesto. Estuve viendo el reportaje sobre su vida, sus facultades como matemático y su

prodigiosa memoria. Sus capacidades son asombrosas. En una semana logró aprender, desde cero, suficiente islandés (un idioma catalogado como muy difícil) para mantener perfectamente una entrevista en la televisión de Islandia.

A alguien le podría parecer que el estudio de los números primos no tiene ninguna utilidad, desde luego se equivoca (ojo, el algoritmo de encriptación RSA nos permite las transacciones fiables). Cualquier saber matemático, por muy absurdo que nos parezca está relacionado con infinidad de campos aparentemente inconexos. Cualquier avance en el conocimiento sobre los números primos, por ejemplo, podría ser decisivo para resolver algún problema del campo más increíble que se nos ocurra, tanto matemático como físico. La realidad es conexa y conforme la vamos comprendiendo vemos que el conocimiento que tenemos de ella también lo es.

Una novela sobre investigación de números primos:Sobre los números primos recuerdo haber leído una novela interesantísima titulada "El tío Petros y la conjetura de Goldbach". La trama discurre a través de las vicisitudes de un matemático obsesionado por comprobar la famosa conjetura de Goldbach sobre los números primos, uno de los problemas abiertos más antiguos en matemáticas. Su enunciado es el siguiente: Todo número par mayor que 2 puede escribirse como suma de dos números primos. Confieso que logró atraparme al igual que le ha pasado a infinidad de lectores. Es muy entretenida y recomendable.... Mi agradecimiento a la página Descartes, del Ministerio de Educación, que me ha facilitado los cálculos de factorización de grandes números que he necesitado.... Recomiendo visitar esta magnífica página sobre números primos:https://primes.utm.edu/ (en inglés).



Representación en 3D del movimiento browniano, Wikipedia.

<u>El ritmo justo del azar : Se ha publicado en la revista AlephZero No. 85.</u>

El azar, el puro azar tiene su "ritmo" justo de cambio. Ni más, ni menos. Lo podremos "tentar" ofreciéndole más y más grados de libertad ... él los tomará, pero no conseguiremos ni retrasar, ni acelerar su ritmo bajo ningún concepto. Siempre seguirá fiel a sus "principios", que básicamente son muy sencillos. En cierta forma nos está dando una lección que deberíamos aprender. Referido al movimiento browniano y a su capacidad de recubrir dos dimensiones. Cuando lo trasladamos a dimensiones superiores sigue desplazándose por todas las dimensiones posibles, pero sólo es capaz de seguir recubriendo dos, contra lo que podría parecer.

Cada vez que lanzamos una moneda al azar puede salir cara o cruz, independientemente del resultado que hayamos obtenido en un lanzamiento anterior. Así de simples son las leyes que rigen el puro azar.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
2	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1
3	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
4	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
5	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
6	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
7	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
8	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
9	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
10	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0

Tabla aleatoria.

A partir de los resultados que vayamos obteniendo en sucesivos lanzamientos podemos confeccionar una tabla como la de la figura, que se corresponde con una tanda de 100 lanzamientos. Esta tabla y la que vamos a considerar, que en general puede contener miles de resultados es algo estático, sin movimiento, pero nos ayudará a desentrañar los entresijos del movimiento al azar que llamamos movimiento browniano, en honor al naturalista escocés Robert Brown que lo observó a principios del siglo XIX, cuando estudiaba suspensiones en el agua de granos de polen y esporas de musgos. Es un movimiento en zig zag, arbitrario, hacia cualquier dirección posible de desplazamiento.

A partir de una tabla, como la de la figura, tomaremos parejas consecutivas de unos y ceros.La primera parte de la pareja será la x y la otra la coordenada y. Los unos significarán "avanza 1" y los ceros querrán decir "retrocede 1". En un plano partiremos del punto (0,0) y conforme vayamos traduciendo la tabla a movimientos en el plano estaremos representando el movimiento aleatorio que hemos llamado browniano.

Azar y dimensión fractal

Óleo del autor en su juventud, pintado por Henry William Pickersgill (1782-1875). Wikipedia.

En un movimiento lineal cada uno de los puntos de su trayectoria viene definido por un solo número que nos indica su distancia al origen, se habla de que tiene una dimensión (el largo). En un plano necesitamos dos números para identificar cada uno de sus puntos, las coordenadas x/y o el largo y el ancho, por lo que decimos que tiene dos dimensiones. El movimiento browniano, como movimiento lineal que es tiene dimensión topológica 1, pero asombrosamente es capaz de recubrir el plano, de llenarlo. De ahí que digamos que su dimensión como fractal sea 2, porque es capaz de recubrir un espacio de dimensión 2. A las figuras tan tortuosas e intrincadas como este movimiento aleatorio, Benoit Mandelbrot las llamó fractales, del latín "fractus" que significa fracturado o roto, discontinuo.Y este movimiento es, sin lugar a dudas, muy buen representante de esta nueva categoría de objetos geométricos omnipresentes en la naturaleza.

Cada momento el movimiento aleatorio avanza o retrocede en sus coordenadas x ó y, independientemente de lo que hiciera en el instante anterior, tiene absoluta libertad para desplazarse a través de cada una de las coordenadas. Esta idea se tiende a trasladar cuando el movimiento ocurre en un espacio de tres dimensiones como nuestro espacio ordinario, o de más dimensiones, y es correcta. De la misma forma tendemos a pensar que, también, en un espacio tridimensional el movimiento browniano será capaz de llenarlo, o cubrirlo, por completo. Esa es la idea que tenía yo al empezar a estudiarlo y la idea que ha tratado de defender algún lector, en alguna ocasión, a capa y espada, pero como demostraremos es una idea equivocada.

El valor 2 que caracteriza la dimensión fractal de este movimiento, también se puede definir de una manera muy intuitiva: necesita realizar N^2 pasos para alejarse de un punto cualquiera de referencia, sólo, N pasos efectivos. En tres dimensiones debería efectuar N^3 pasos totales para alejarse, sólo, N pasos efectivos, pero como veremos eso no depende del número de dimensiones o grados de libertad sino de una característica independiente de las propias del espacio en que se mueve. Para demostrar esto nos fijaremos en la definición intuitiva que relaciona la distancia total con la efectiva.

La distancia total que recorre la partícula animada por un movimiento browniano es proporcional al número de pasos N, sin embargo la distancia efectiva se encontraría después de sumar los desplazamientos positivos y negativos. Para definir el resultado de esa suma existe una medida de dispersión apropiada que llamamos desviación típica, que para la distribución binomial con la que se corresponde el azar como lo hemos considerado resulta ser la raíz_cuadrada(N/4), pues es igual a raíz_cuadrada(Npq), siendo n = p = 1/2, ya que la posibilidad de que salga 0 ó 1 es la misma, y su suma debe ser la unidad.

Después de N pasos, la distancia efectiva para cada dimensión, considerada independiente, será raíz_cuadrada(N/4). Si consideramos 3 dimensiones la distancia efectiva será raíz_cuadr.(3 N/4). Esta magnitud la comparamos con la distancia total recorrida después de los N pasos: N raíz_cuadrada(3). Para N suficientemente grande sólo resulta significativa la comparación entre N y raíz_cuadrada de N, independientemente de que multipliquemos los dos términos por 3, 4, 5, ... d, cualquiera que sean las dimensiones del espacio considerado. De la comparación anterior resulta el valor de 2 de su dimensión fractal, o la consideración de realizar N^2 pasos totales para sólo conseguir N efectivos.

Recapitulando:El movimiento browniano sólo es capaz de recubrir un espacio de 2 dimensiones (un plano). En un espacio de 3 ó más dimensiones su "ritmo" de distanciamiento de cualquier punto arbitrario, que consideremos como referencia, no es lo suficientemente "lento" para poderlo recubrir. Para recubrir un espacio de 3 dimensiones su ritmo de distanciamiento debería ser de N^3 pasos totales para recorrer sólo N (dimensión fractal 3), para un espacio de 4 dimensiones

serían N^4 pasos totales para sólo N efectivos, y así sucesivamente. Sin embargo, el ritmo del movimiento lo imprime la desviación típica de la distribución binomial, que no depende de la dimensión del espacio, y cuyo valor es invariablemente igual a la raíz_cuadrada (N/4).

Por eso, sea cualquiera el espacio considerado con tres o más dimensiones la dimensión fractal del movimiento browniano seguirá siendo 2. Para aumentar la dimensión fractal del movimiento deberíamos conseguir que cada nuevo paso tuviera "memoria" del resultado de los pasos anteriores y así disminuir su "ritmo" de alejamiento. *Es como si en una carrera de 2 Km. nos obligaran a cumplimentar 200 tareas diferentes a lo largo de diferentes puntos del trayecto. Para una cierta velocidad conseguimos cumplimentar sólo 100 tareas y nos damos cuenta que para cumplimentar las 200 debemos disminuir el ritmo, o de lo contrario será imposible. De la misma manera el azar tiene su "ritmo" y ese ritmo sólo le permite recubrir un plano, no un espacio de 3 ó más dimensiones.*

========== ========== ==========

Tercer artículo, Ciencia Abierta, número 28 (5 nov. 2005): **Before the Big Bang?**

The study of the hypothetical fractal structure of the vacuum energy offers evidences that before the Big Bang existed a state where the Universe decided its geometric configuration and the nature of the matter and the quantum.

¿Antes de la Gran Explosión?

Nuestra vida transcurre en un mundo de tres dimensiones espaciales, pero en un estado inmediatamente anterior al Big Bang, la gran explosión que dio lugar a todo lo que conocemos, el Universo tuvo que elegir, entre todas los posibles, la configuración geométrica actual, es decir tres dimensiones ordinarias y seis compactadas o enrolladas, tal como exige la teoría de supercuerdas la única capaz, hasta el momento, de unificar las cuatro interacciones fundamentales.

En ese estado, que llamaremos, ΨBB no existía todavía la materia ni la energía que están claramente definidas y ligadas a las tres dimensiones ordinarias . La propia naturaleza del cuanto de acción, que en cierta manera podría ser considerado como el tipo de “baldosa” o granulado de que está hecho el Universo se tuvo que definir también entonces, como veíamos en el anterior trabajo en Ciencia Abierta [Nº26,2005] (ver Tabla II). En el producto :

Energía x Tiempo^{f} (1)

que representa el cuanto de acción, introducíamos un factor ficticio de peso f [ver Ciencia Abierta,Nº26,2005] cuyo valor generalizado a las dimensiones δ y ε , ordinarias y enrolladas, encontrábamos que era:

$$\mathbf{f = (\delta+\varepsilon) / \delta - 2} \qquad (2)$$

Para que f tuviera el valor unidad debió cumplirse que $\delta = 3$ y $\varepsilon = 6$. Estos valores fueron determinantes para que existiera el propio cuanto de acción y para que las fluctuaciones cuánticas del vacío dependieran del inverso de la distancia, permitiendo el vacío estable y relativamente plano que conocemos.

La geometría del espacio está, desde el principio, íntimamente ligada a las propias naturalezas de la materia y del cuanto.

Tomando (δ+ε) = 9 y dejando δ como variable, podemos realizar una generalización de la expresión (1) en el estado ΨBB :

Energía x Tiempo$^{(\delta+\varepsilon)/\delta\ -2}$ (3)

Si “transformamos” Tiempo en Espacio mediante la expresión Espacio= (c) x Tiempo, donde (c) representa un máximo entre los dos valores, o la velocidad de la luz en nuestro universo actual, y transformamos Energía en Densidad de energía x unidad de volumen , obtenemos:

$(\text{Densidad Energía})_{\delta} \times L^{\delta}\, L^{(\delta+\varepsilon)/\delta\ -2}$

La expresión del exponente L (espacio o distancia) tiene un mínimo para el valor δ =3, las dimensiones ordinarias de nuestro Universo (ver Fig.1). Para un producto acotado del cuanto que representa (1), significa que la densidad de energía generalizada al número de dimensiones ordinarias δ $(\text{Densidad Energía})_{\delta}$ tiene un máximo para ese mismo valor de δ.

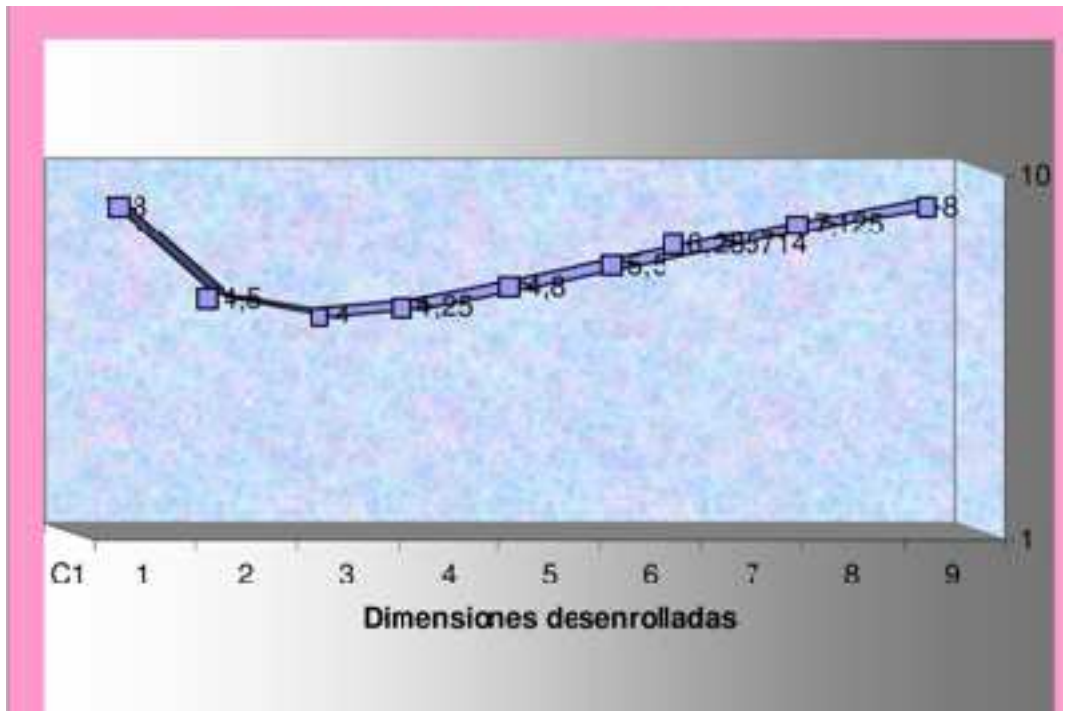


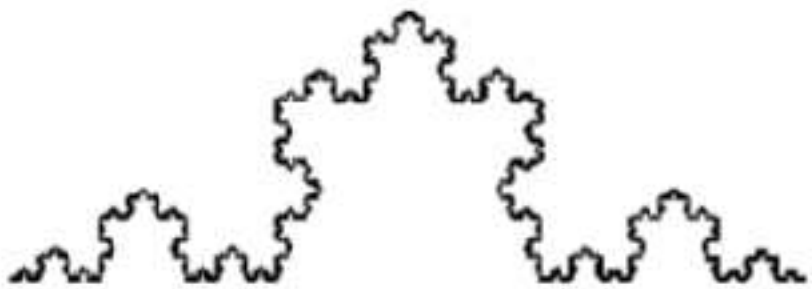
Fig. 1

TABLA II. Dimensión fractal. Recubrimiento y dimensión.

Dimensión fractal.

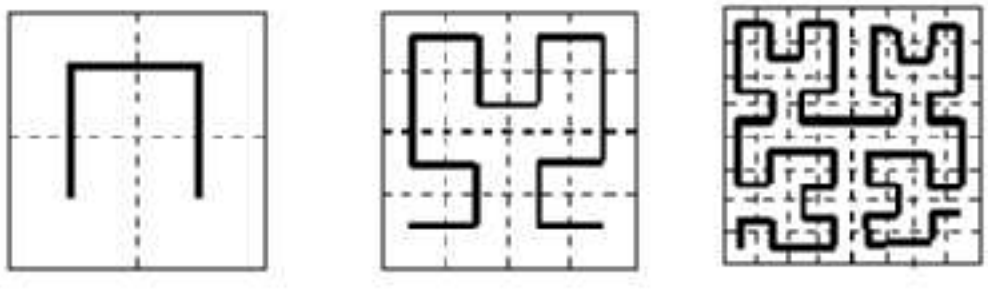
Una línea recta ideal es continua, tiene dimensión topológica 1, pero las líneas reales nunca son continuas, ofrecen innumerables rugosidades y puntos de discontinuidad. El objeto geométrico que mejor las define se llama curva fractal (fracturada, rota) y su dimensión , llamada dimensión fractal, es una suma de la dimensión topológica y de un factor dimensional tanto mayor cuanto más intrincada sea la línea en cuestión.

En la figura siguiente se muestra la curva fractal llamada de Koch (es autosemejante, aunque no todos los fractales lo son).



Su dimensión fractal es 1,26185... Está entre el valor 1 (línea) y el valor 2 (plano). Nos indica que la curva está llenando parte del plano . De hecho hay curvas fractales capaces de llenar **por completo** el plano y , precisamente, por eso tienen dimensión fractal 2.

Un ejemplo de curva que llena el plano es la llamada curva de Hilbert. En la figura siguiente se muestra su construcción hasta el tercer paso, en el límite acabaría recubriendo todo el plano.



En la curva de Koch, el factor dimensional que mide su irregularidad sería de 0,26185, en la curva de Hilbert este valor llega a ser 1. Conforme la curva es más irregular y cubre mejor el plano vemos que el factor aumenta.

Recubrimiento y dimensión.

Una línea recta de longitud n queda recubierta por un número n de segmentos de longitud unidad. Podemos expresarlo diciendo que longitud_línea = $(n)^{*1}$. Un cuadrado con lado n queda recubierto por n^2 pequeños cuadrados de lado la unidad. De forma similar a la línea se puede expresar que superficie_cuadrado = $(n)^{*2}$ .Sabemos que una línea recta tiene dimensión topológica 1 y una superficie dimensión 2. Para recubrirlos necesitamos un elemento similar pero más pequeño n^D veces (en estos ejemplos de magnitud unidad). **En general, el exponente D representa la dimensión del objeto** . Para objetos fractales se puede actuar de forma similar, pero el exponente que en la línea o el cuadrado era +1 ó +2 , resultará no necesariamente entero (y muy posiblemente fraccionario), pues dicho exponente, en este caso, es la suma de la dimensión topológica más un factor dimensional.

El valor elegido en el número de dimensiones ordinarias corresponde a un máximo en la densidad de energía.

El estudio de la estructura discontinua de la energía de las fluctuaciones cuánticas del vacío, mediante la geometría fractal, nos ofrece evidencias de que el universo es una estructura autoconsistente. Nos muestra características de un estado anterior al Big Bang en donde se tuvo que decidir la configuración geométrica que adoptaría e íntimamente asociada a ella se decidió la naturaleza de la materia y del propio cuanto fundamental que se definió, finalmente, como cuanto de acción.

La siguiente tabla completa este gráfico y amplía algunos aspectos del mismo.

Dimensiones desenrolladas	Valor del exponente de la distancia
0	Infinito
1	8
2	4,5
3	4,25
4	4
5	4,8
6	5,5
7	6,285714
8	7,125
9	8
$P^{\delta + (9 / \delta) - 2}$ (Producto de Energía generalizada por distancia-tiempo)	
El valor δ representa la variable " dimensiones desenrolladas".	
P_{δ} , representa la densidad de energía en función del número de dimen- siones desenrolladas…	…y es una medida de la deformación del espacio-tiempo por masa o energía.

Tabla I (Corresponde a los valores de la figura 1)

En ese particular estado, posiblemente, el espacio-tiempo se reducía al tiempo imaginario de Hartle-Hawking. Según Hartle: "Tiempo imaginario no se refiere a la imaginación: hace referencia a los números complejos. Como demostraron Einstein y Minkowsky, el espacio-tiempo constituye una geometría cuatridimensional. Es posible ir aún más lejos de estos conceptos. Si se miden las direcciones del tiempo utilizando números complejos, se obtiene una simetría total entre espacio y tiempo, que es, matemáticamente, un concepto muy bello y natural".

Según los teoremas de la singularidad de Hawking, la Teoría de la Relatividad General clásica de Einstein implica que el Universo tuvo una singularidad al principio. Sin embargo, cuando se le aplica la mecánica cuántica carece de dicha singularidad. En la formulación de la ausencia de límites de Hartle-Hawking, el tiempo es imaginario, y en vez de tener un borde, el espacio-tiempo sería como la superficie de la Tierra, finita pero sin límites. Suponiendo tiempo imaginario, el Universo no tuvo comienzo, no tiene límite, es una totalidad en sí mismo, autoconsistente.

En términos del mecanismo de Higgs, para $\delta = 0$ hubo un rompimiento espontáneo de simetría dirigido a obtener $\delta = 3$ y la fuerza gravitacional se desacopló de las otras tres con lo que comenzó a originarse la masa del Universo en $\delta = 3$. El vacío para este valor de dimensiones desenrolladas debe ser el mínimo absoluto del potencial de Higgs. Su campo escalar ofrece la particular propiedad de no anularse en el vacío y por ello señala una dirección favorecida: la dirección de ruptura.

Ver ejemplo en Fig.2 , donde el estado inicial, simétrico ,correspondería al momento en que la bola está en la cúspide del fondo de botella. Posteriormente se romperá espontáneamente la simetría y la bola buscará el potencial más bajo en el fondo. Los dos estados serían similares al estado inical simétrico del Universo en $\delta = 0$ y al posterior, después de rota la simetría, en $\delta = 3$ cuando comenzó a originarse la masa y se definió el cuanto de acción.

El estado que hemos llamado ΨBB y situamos antes del Big Bang, se corresponde con la teoría de ausencia de límites de Hartle-Hawking.

Bibliografía

G.Cohen -Tannoudji,M.Spiro:La materia-espacio-tiempo .Espasa-Calpe,Madrid,1988.

S.Hawking:El Universo en una cáscara de nuez.Crítica, Barcelona,2002.

M.Kaku : Hiperespacio. Crítica, Barcelona, 1996.

B.Mandelbrot :Los objetos fractales. Tusquets Editores,Barcelona,1987.

B.Mandelbrot et al : Pensar la Matemática. Tusquets Editores,Barcelona,1988.

L.Nottale:¿Existe un espacio-tiempo fractal?. Investigación y ciencia, no250, 1997,pp.66-73. **http://coco.ccu.uniovi.es/geofractal/** Curso muy completo sobre fractales de la Universidad de Oviedo.

J. S. Ruiz Fargueta: Estabilización cuántica y dimensiones enrolladas . No 23, 2004, Revista Ciencia Abierta, Universidad de Chile: **http://cabierta.uchile.cl/revista/23/articulos/pdf/edu3.pdf** J.S. Ruiz Fargueta: El sorprendente vacío cuántico. Revista Elementos (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla) no 53 ,2004, pp.52-53. (También en la web: **http://www.elementos.buap.mx/num53/htm/52.htm**)

J.S. Ruiz Fargueta:El Universo geómetra.Divulcat, Revista de divulgación de ciencia y tecnología: **www.divulcat.com/divulgacion/el_** universo_geometra_por_que_3_dimensiones__334.html

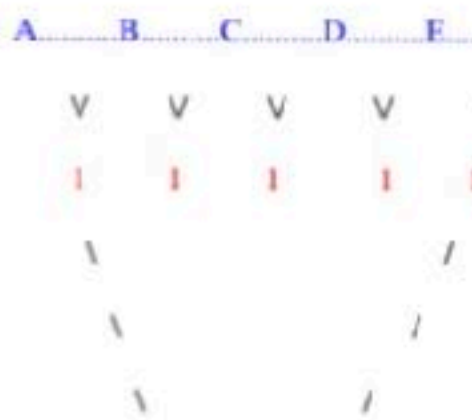
J.S.Ruiz fargueta: La naturaleza del cuanto de acción y las dimensiones enrolladas. No26,2005 Revista Ciencia abierta. Universidad de Chile:

http://cabierta.uchile.cl/~cabierta/revista/26/articulos/cartas.html

Enlace roto y redirigido a DRIVE, al final se complementa con la Tabla II,

sobre Dimensión fractal. Recubrimiento y dimensión.

La energía de las fluctuaciones cuánticas del vacío, en una región del espacio de magnitud característica L (longitud), es proporcional a 1/L. Si entre los puntos A y B estimamos una energía que llamaremos unidad de energía = 1 (siendo los 5 segmentos entre A y F iguales) la energía que corresponde entre AF será 1/5:



(energía estimada entre A y F) = 1/5. **En general, para n segmentos de energía unidad :**

energía_total = $(n)^{-1}$. El exponente que representa la dimensión, en este caso, es negativo. Lo que supone que:Las fluctuaciones cuánticas sean grandes a distancias sumamente pequeñas y , prácticamente, nulas a las distancias ordinarias, permitiéndonos advertir el espacio estable y vacío.

En un espacio de 9 dimensiones espaciales, de ellas 6 enrolladas, con un factor dimensional de irregularidad 6 (en la curva de Hilbert, por ejemplo, este factor es de 1) , obtenemos esa dimensión fractal negativa . Las dimensiones enrolladas actuaron restando donde el factor dimensional de irregularidad suma, pero esto sólo pudo pasar en el momento en que se definía la naturaleza de cuanto.

La función modular de Ramanujan y la teoría de cuerdas

La teoría de cuerdas supone que cada modo o vibración de una cuerda fundamental representa una partícula elemental distinta, y puede explicar a la vez la naturaleza de la materia y del espacio-tiempo (las partículas en lugar de ser puntuales pasan a ser unidimensionales). Es la primera teoría cuántica de la gravedad: Cuando se calcularon por primera vez las ligaduras de autoconsistencia que impone la cuerda sobre el espacio-tiempo, se observó con sorpresa que las ecuaciones de Einstein (teoría de la gravedad) emergían de la cuerda, de hecho, el gravitón o cuanto de gravedad era la menor vibración de la cuerda cerrada.

No sabemos todavía por qué la teoría de cuerdas está definida sólo en 10 y 26 dimensiones, aunque parece seguro que esta teoría no podría unificar las fuerzas fundamentales con tan solo tres dimensiones. Las cuerdas se rompen y se forman en el espacio N-dimensional arrastrando con ellas una serie de términos que destruyen las maravillosas propiedades de la teoría. Afortunadamente, estos términos aparecen multiplicados por el factor (N-10), lo que nos obliga a elegir N=10 para eliminarlos.

Los teóricos de cuerdas al intentar manipular los diagramas de lazos KSV (Kikkawa-Sakita-Virasoro) creados por las cuerdas en interacción encuentran unas extrañas funciones llamadas modulares que aparecen en las ramas más distantes e “inconexas” de las matemáticas((Yutaka Taniyama (Japón, 1927-1958) observó que cada función modular está relacionada con una curva elíptica. Esto forma la base de la conjetura Taniyama-Shimura que demostró ser una parte importante en la demostración del Último Teorema de Fermat de Andrew Wiles)). Una función que aparece continuamente en la teoría de funciones modulares se denomina función de Ramanujan, en honor al matemático Srinivasa Ramanujan, nacido en 1887 en Erode, India, cerca de Madrás.

Ramanujan, trabajando en total aislamiento (y sin formación, toda su instrucción matemática la consiguió de la lectura de un oscuro y olvidado libro de matemáticas escrito por George Carr), fue capaz de redescubrir por sí mismo lo más valioso de cien años de matemáticas occidentales y de dejarnos una obra, que consta de 4.000 fórmulas en cuatrocientas páginas densamente llenas de teoremas de increíble fuerza pero sin ningún comentario ni demostración. Tenía tal intuición que los teoremas simplemente fluían de su cerebro, sin el menor esfuerzo aparente. Solía decir que las diosas Namakkal le inspiraban la fórmulas en sueños.

Ramanujan

Trabajaba en el puerto franco de Madrás, en un trabajo servil con una mísera paga, pero tenía la suficiente libertad y tiempo para seguir con sus sueños matemáticos. Después de enviar varias cartas a tres matemáticos británicos conocidos, consiguió que el brillante matemático de Cambridge Godfrey H. Hardy se diera cuenta de su inmenso genio matemático y lo trajo a Cambridge en 1914. Hardy tratando de estimar

la capacidad matemática de Ramanujan, concedía un 80 al gran matemático David Hilbert, un 100 a Ramanujan y un 25 a sí mismo.

La función de Ramanujan contiene un término elevado a la potencia veinticuatro. Ese número es el origen de las cancelaciones milagrosas que se dan en la teoría de cuerdas, pues cada uno de los veinticuatro modos de la función de Ramanujan corresponde a una vibración física de la cuerda. Cuando se generaliza la función de Ramanujan,el número 24 queda reemplazado por el 8. Si tenemos en cuenta que se añaden dos dimensiones más al número total de vibraciones que aparecen en una teoría relativista, obtendremos 8+2, ó 10: La cuerda vibra en diez dimensiones porque requiere estas funciones de Ramanujan generalizadas para permanecer autoconsistente.

Pura geometría para explicarlo todo, el sueño de Einstein. Y las matemáticas más extrañas imaginadas por un genio, sin apenas instrucción básica, para introducirnos en una teoría de cuerdas que necesita de matemáticas que todavía desconocemos. Einstein tenía las matemáticas inventadas por Riemann para su teoría de la relatividad general, la teoría de cuerdas quizás necesite de las matemáticas, que descansan en los cuadernos llenos de teoremas sin demostrar, de Ramanujan. En el fondo, siempre, una hermosa conexión entre las ramas más distantes e inconexas de las matemáticas y la propia realidad que representan las leyes físicas.

Para saber mucho más: "HIPERESPACIO", de Michio Kaku,(1996 CRÍTICA-Grijalbo Mondadori,S.A. Barcelona) profesor de física teórica en la City University de Nueva York. Es un especialista a nivel mundial en la física de las dimensiones superiores (hiperespacio). Despide el libro con una palabras preciosas:*"Algunas personas buscan un significado a la vida a través del beneficio personal, a través de las relaciones personales, o a través de experiencias propias. Sin embargo, creo que el estar bendecido con el intelecto para adivinar los últimos secretos de la naturaleza da significado suficiente a la vida"*.

El espacio y el tiempo, nada es lo que parece

Ayer y hoy, el tiempo

Ayer tenía 10 años, hoy tengo bastantes más. El tiempo pasa y pasa, no se detiene... Y aunque hay varios tipos de tiempo, el que nos interesa a nosotros, el de nuestro día a día, es implacable.

El tiempo del mundo subatómico, el de las pequeñas partículas que forman todo nuestro universo está regido por la mecánica cuántica y sus extrañas leyes, el tiempo cósmico dominado por grandes masas y velocidades de vértigo se adelanta o atrasa según las propiedades del sistema en donde se mida. Las grandes velocidades o las inmensas masas lo afectan y lo disocian de unos sistemas a otros, según la relatividad general de Einstein.

En nuestro mundo macroscópico un determinado suceso es seguido por otro, pero en el microcosmos dominado por la mecánica cuántica un sistema puede encontrarse en los dos estados a la vez y en muchos más estados de forma coherente. Precisamente esta extraña propiedad es la que hace tan potentes a los ordenadores cuánticos, capaces de resolver, en su día, procesos prácticamente imposibles para un superordenador clásico.

Lástima que la coherencia cuántica y la coexistencia de diferentes estados (incompatibles) no sea posible en nuestro incoherente mundo, pero si en ese microcosmos es capaz de existir no perdemos la esperanza de poder entender mejor el tiempo y la manera de domesticarlo.

Gatita Mini

Mini entrelazada, el espacio

Mini no ha estudiado física, pero sabe de sobra lo que es el espacio. No tiene la agilidad ni la coordinación de movimientos de sus amigos, los otros gatitos del jardín, pero sabe muy bien dentro de sus limitaciones como moverse entre las plantas y los árboles, y donde está el lugar más fresco en verano o el lugar más caliente en invierno. La idea esencial que tenemos del espacio en el que transcurre nuestra vida cotidiana, y sus propiedades no difiere mucho de la idea que tiene Mini, pero en realidad lo que conocemos de él no deja de ser pura apariencia, por raro que nos parezca.

El espacio nos separa, observamos todo lo que nos rodea e identificamos diferentes objetos, animales o personas…Están separados en el espacio (y por el espacio), tienen identidades distintas. Pero esto que es evidente a nuestra escala no lo es tanto al nivel de los átomos y partículas que constituyen nuestra materia. A ese nivel, dos o más partículas, si se encuentran en un estado llamado de entrelazamiento cuántico tienen una misma función de onda que las

determina como una única entidad: por mucha distancia que separe una partícula de otras entrelazadas con ella seguirán siendo una sola cosa, una sola realidad y lo que le ocurra a una de ellas tendrá una repercusión inmediata en las otras por muy separadas en el espacio que se encuentren Estamos hablando de partículas, de algo extremadamente pequeño, sin embargo, ya se ha observado en experimentos el entrelazamiento de millones de átomos.

Imaginemos que Mini tiene un precioso collar que le avisa cuando yo le voy a poner comida. Es un reloj formado por tres pequeñas piezas entrelazadas cuánticamente como un todo, una de las cuales es una especie de campanilla avisadora. En nuestro mundo no funcionaría así, pero en el microcosmos de la mecánica cuántica Mini podría quedarse con la pieza de la campanilla y las otras dos piezas podrían estar en Australia o en Pekín: el reloj seguiría funcionando como un único sistema y seguiría avisándole la campanilla dos veces al día, por la mañana y por la tarde noche, cada vez que yo le pongo comida.

El espacio, en esencia, no es realmente lo que nos parece. Si lo fuera, la mecánica cuántica no sería tan extraordinariamente extraña. Y no sólo eso, la otra gran teoría de la física, la teoría de la relatividad de Einstein, ya nos demostró que el espacio no permanece invariable como nos indicaba la mecánica clásica de Newton. El espacio no es invariable, se estira o se comprime dependiendo de las propiedades físicas de los sistemas en los que lo medimos. El espacio, desde luego, no es tal como se cree Mini, aunque a ella le importa bien poco.

Eclipse a través de las hojas de los árboles

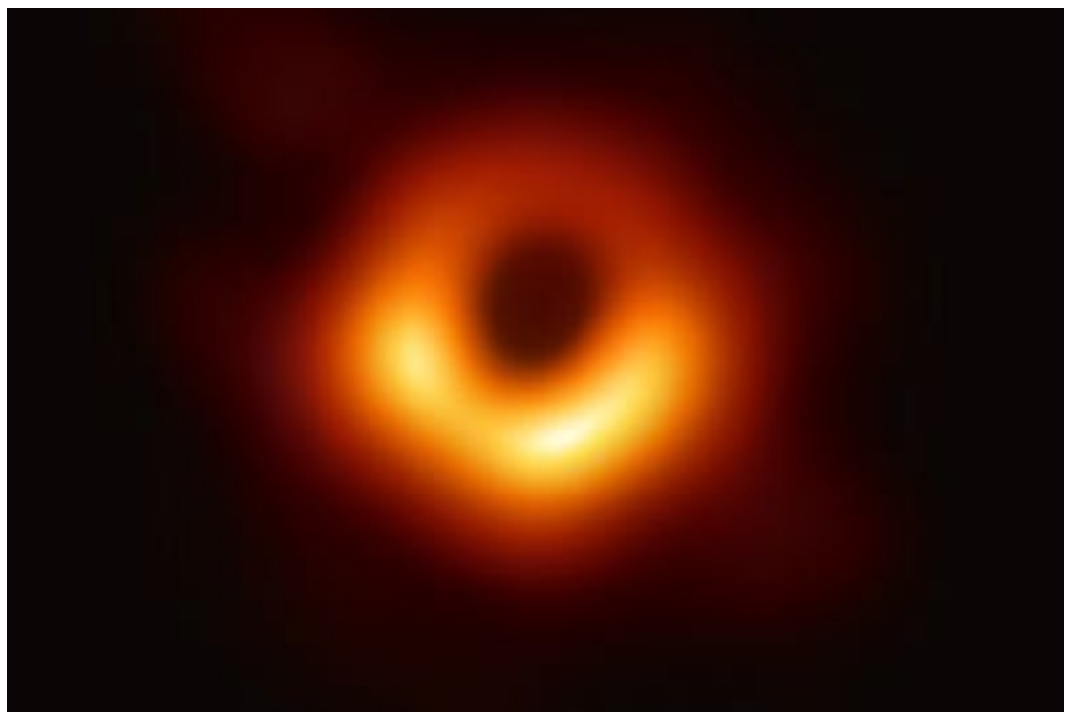
Los árboles me han permitido ver el mejor espectáculo que podía darnos el eclipse de sol.Su sombra brindaba, sin el menor peligro para la vista, cientos de fotografías actualizadas al segundo del eclipse solar que se estaba produciendo.

Formaban cientos de cámaras oscuras naturales que permitían seguir el particular baile de los dos astros.

En octubre de 2005, se produjo un eclipse solar que se pudo ver desde Valencia. Estas palabras se publicaron en El País, edición impresa del martes 4 de octubre.

Extraña luz de agujero negro

Por su propia definición los agujeros negros son objetos que se supone que no emiten nada, y así sería si la física real coincidiera con la física clásica, pero la realidad cuántica deja resquicios de indeterminación capaces de alumbrar fenómenos paradójicos. De hecho, gracias al principio de incertidumbre, y a las fluctuaciones cuánticas que amparan dicho principio, se crean pares de partículas virtuales capaces de dar algo de luz a una criatura tan terrible y poderosa como un agujero negro, que todo lo absorbe. Esa luz, o radiación, lleva hasta los límites de las leyes físicas que conocemos un concepto aparentemente abstracto ligado al desorden y a la información de un sistema: la entropía del agujero negro.



Primera foto real del agujero negro en el centro de la galaxia M87, a 55 millones de años luz de la Tierra. Wikipedia.

Un agujero negro clásico engulliría todo lo que se le acercara, sin más, pero un agujero negro “tratado cuánticamente” permite que alguna de las partículas de los pares de partícula-antipartícula, que continuamente se están formando y desapareciendo debido al principio de incertidumbre, sea absorbida por el agujero dejando libre la otra cuya energía es expulsada al exterior y produce una radiación característica cuyo espectro es exactamente el que sería emitido por un cuerpo caliente (aquí, caliente es considerada la temperatura superior al cero absoluto ó 273,15 grados centígrados bajo cero).

Cuanto menor es la masa de un agujero negro, más alta es su temperatura, por tanto, a medida que el agujero negro pierde masa, su temperatura y el ritmo de emisión aumentan y con ello pierde masa con mayor rapidez. Se supone que cuando su masa se reduce lo suficiente el agujero negro desaparecerá en un tremendo estallido final.

Un agujero negro del que no salga nada (el caso clásico), ni presente al exterior ninguna manifestación cuando engulle materia con mucha entropía, sugiere una forma demasiado fácil de disminuir la entropía de la materia exterior al mismo. Conforme arrojáramos al agujero materia con gran entropía haríamos disminuir la entropía exterior. Serían agujeros por los que se "escaparía" el cumplimiento de la segunda ley de la termodinámica, la tendencia natural al aumento de entropía o desorden (ver nota final sobre la entropía). Desde el Bing Bang, una explosión en perfecto orden, la entropía total del Universo no ha dejado de crecer y así será hasta la llamada muerte térmica.

La extraña luz de los agujeros negros, bautizada como radiación de Hawking que fue quien la descubrió, devuelve desorden, entropía, a nuestro Universo que sigue degradándose sin remedio hasta su muerte final (la energía de la radiación calorífica es la energía más degradada). Sin esa tenue luz los agujeros negros engullirían, además de materia, desorden. El determinismo clásico los hace más negros pero menos reales… la realidad, por una vez, no es tan "negra" como la pintan.

Nota sobre la entropía

Un ejemplo sencillo nos ilustrará sobre el significado de la entropía. Supongamos un saquito lleno de monedas. Si las ordenamos sobre la mesa, todas juntas con la cara hacia arriba, hemos conseguido que el sistema tenga una entropía mínima (cero) que se corresponde con un máximo orden. Sólo existe un microestado asociado a esta configuración {todo caras}. Sería similar al orden que tiene una estructura cristalina a cero grados absolutos, sólo una configuración posible, máximo orden y entropía cero. Si volvemos a poner las monedas en el saquito, lo movemos bien, y las dejamos caer desordenadamente sobre la mesa el estado macroscópico que obtenemos está asociado a muchos estados microscópicos diferentes aleatorios. Cada vez que repitamos la operación obtendremos la misma sensación de desorden y nos será difícil distinguir la configuración actual de otra anterior. En este caso el valor de las configuraciones es máximo y por tanto también la entropía, y mínimo el orden. Este estado es similar al llamado equilibrio térmico de un sistema, el de máximo desorden al que tienden de forma natural todos los sistemas aislados a los que no se les aporta orden desde el exterior.

Dragones alados y agujeros negros

Los agujeros negros, esas extrañas y poderosas criaturas intuidas por la relatividad general de Einstein, son a esta época y sociedad técnica como los terribles y alados dragones de fuego eran al medioevo. Posiblemente, gozan de las mismas características de seres extraordinarios mitad verdad, mitad mentira, de las que gozaban aquellos dragones míticos. Y sin embargo son reales.

Técnicamente responden a lo que se llama una singularidad del espacio-tiempo, es decir, son lugares en donde la materia, el espacio y el tiempo colapsan. En un agujero negro dejan de tener sentido las leyes físicas tal y como las conocemos. Es un objeto estelar en donde la materia está tan comprimida, es tan densa, como toda la masa de la Tierra apretujada en la cabeza de un alfiler. Por efecto de la atracción gravitatoria que se genera ni los propios rayos de luz son capaces de escapar. En consecuencia vemos una especie de agujero sin luz, al que llamamos “agujero negro”.

El agujero negro es el resultado del último estadio de la vida de ciertas estrellas. A partir de una cierta masa, cuando el combustible nuclear de la estrella se acaba, las reacciones termonucleares no pueden impedir que la fuerza de la gravedad atraiga toda la materia de la estrella hacia el centro de la misma.

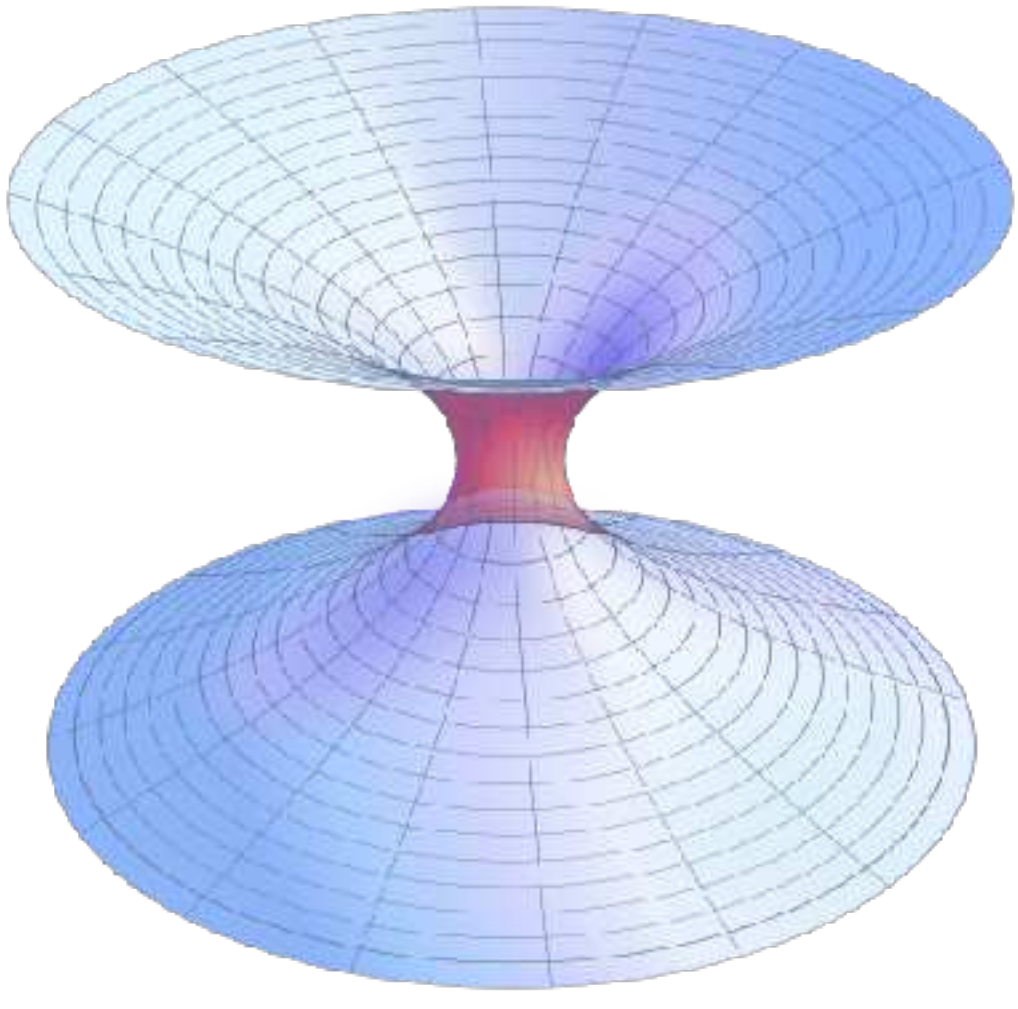


Diagrama de un agujero de gusano. Wikipedia.

En las proximidades del llamado horizonte de sucesos del agujero, el lugar donde la materia, tal como la conocemos, conoce el último estadio antes de ser engullida, la distorsión del espacio y del tiempo es de tal calibre que una nave espacial que se encontrara allí la veríamos como suspendida, quieta, en reposo mientras que los tripulantes de la misma estarían experimentando una caída a gran velocidad hacia el abismo negro. Su tiempo y el nuestro quedan disociados debido al desmesurado efecto de la gravedad en las proximidades del agujero. El espacio queda también terriblemente distorsionado por un efecto brutal de marea: a pequeñas distancias la fuerza de atracción es extremadamente variable, de modo que una barra de hierro se estiraría como un chicle. Allí prolifera la llamada materia exótica capaz de desencadenar una especie de minúsculos túneles en el espacio tiempo que son no menos interesantes que los agujeros negros. Esos túneles son llamados “agujeros de gusano” y son capaces, al menos en teoría, de comunicar dos lugares distantes en el espacio y en el tiempo. Su estabilidad y tamaño vienen determinados por la cantidad de materia exótica que les aportemos y son la respuesta hipotética a los viajes interestelares a galaxias que se encuentren a millones de años-luz de nosotros.

Agujeros negros, agujeros de gusano, túneles en el espacio-tiempo, viajes en el tiempo, distorsión espacial y temporal, todos estos conceptos que parecen sacados de una novela de ciencia ficción, forman parte ya de la ciencia seria que se investiga en la actualidad, y no deja de ser una paradoja que la física, la ciencia más pura y dura, se ocupe de cuestiones, en otro tiempo, esotéricas. La materia a la que nos agarramos como lo más sólido, simple y real que tenemos se está convirtiendo, cada vez más, en algo lleno de misterio y complejidad. La física cuántica y la teoría de la relatividad general nos la presentan como algo siempre en movimiento que se confunde con el propio espacio y tiempo. Conforme tratamos de entender sus propias entrañas se nos aparece como formando una especie de entidad compleja que algún premio Nóbel no ha dudado en llamar: la materia-espacio-tiempo. Las extrañas criaturas que dan nombre a este artículo han contribuido, con la curiosidad que han despertado entre los físicos, a comprender mejor el mundo que nos rodea. En cierta forma su negra belleza ha arrojado un rayo de luz sobre nuestro conocimiento del universo que nos cobija.

Para saber más:

KIP S. THORNE (1995),"Agujeros negros y tiempo curvo", ed. Crítica. Barcelona.

ROGER PENROSE(1991),"La nueva mente del emperador", ed.Grijalbo Mondadori. Barcelona.

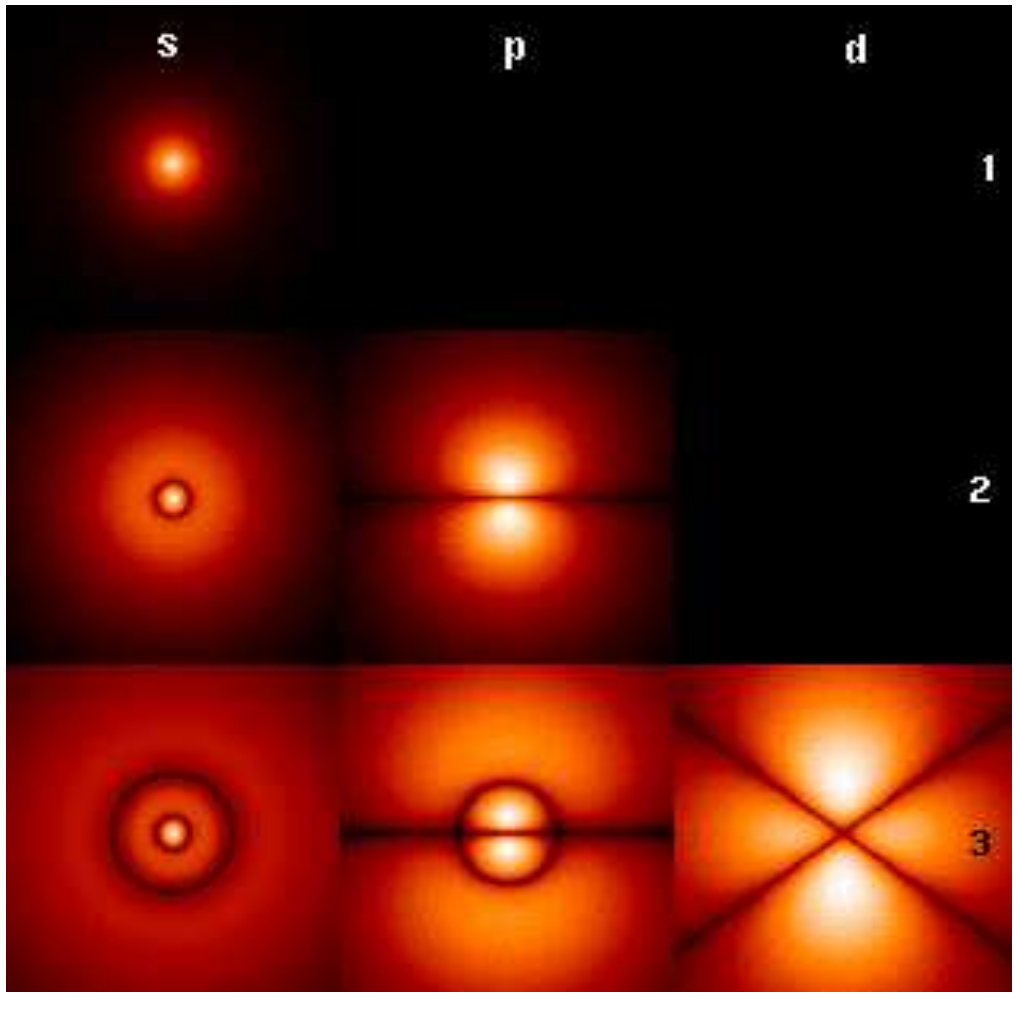
GILLES COHEN-TANNOUDJI Y MICHEL SPIRO(1988),"La materia-espacio-tiempo", Espasa-Universidad.Madrid.

STEPHEN W. HAWKING Y ROGER PENROSE(1994),"Cuestiones cuánticas y cosmológicas", Alianza Universidad.Madrid.

MICHIO KAKU(1996),"Hiperespacio",ed.Crítica.Barcelona.

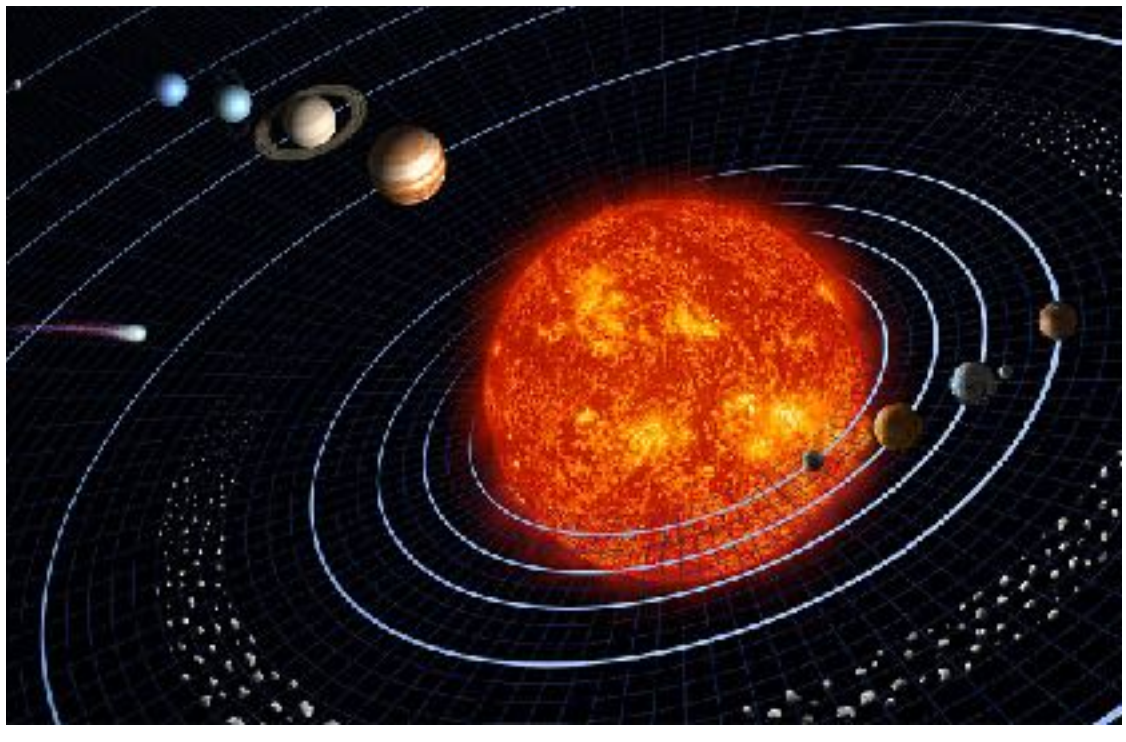
Sobre lo clásico y lo cuántico

En la vida como en el mundo del conocimiento necesitamos un grado mínimo de estabilidad y certeza. Esa tendencia natural ha llevado a tratar de perpetuar lo establecido tanto en las costumbres como en el saber, pero, nos guste o no, el propio cambio es inherente en el proceso de la vida y en el del conocimiento. En el **post sobre la geometría clásica euclidiana** se comentaba esa resistencia al cambio que llevó a la Iglesia a considerar el saber clásico como saber divino tendiendo, por ello, a perpetuarlo como inmutable. Al final del siglo XIX los físicos se encontraban muy satisfechos con los importantes avances conseguidos hasta entonces, y muchos de ellos creían que se había llegado a una especie de final definitivo del conocimiento físico del mundo. Sin embargo, en apenas cinco años cambió todo con la teoría de la relatividad y el nacimiento de la mecánica cuántica.



Órbitas atómicas del átomo de hidrógeno. Wikipedia

Desde las certezas que parecía darnos la mecánica clásica de Newton sobre la posición, trayectoria y velocidad de cualquier partícula microscópica o cuerpo celeste se nos echaba en brazos de la indeterminación cuántica. Ya no podía conocerse simultáneamente la posición y la velocidad de una partícula con la infinita exactitud que se suponía, y el principio de indeterminación de Heisenberg parecía habernos desterrado del paraíso de las certidumbres clásicas. Pero ese paraíso nunca existió en realidad, desde un punto de vista puramente clásico se puede demostrar que la predictibilidad que se suponía a los sistemas clásicos nunca fue esencialmente cierta. Independientemente de la precisión con que conozcamos el estado inicial de un sistema clásico (no cuántico) las imprecisiones tienden a crecer, de forma natural, con el tiempo y nuestra información inicial puede llegar a ser inútil para predecir su evolución futura. **La mecánica clásica no es tan predecible** como podría parecer a primera vista. Esta impredecibilidad se advierte claramente en el llamado **problema de los tres cuerpos** y se acentúa de forma dramática en los sistemas muy sensibles a las condiciones iniciales (caóticos).



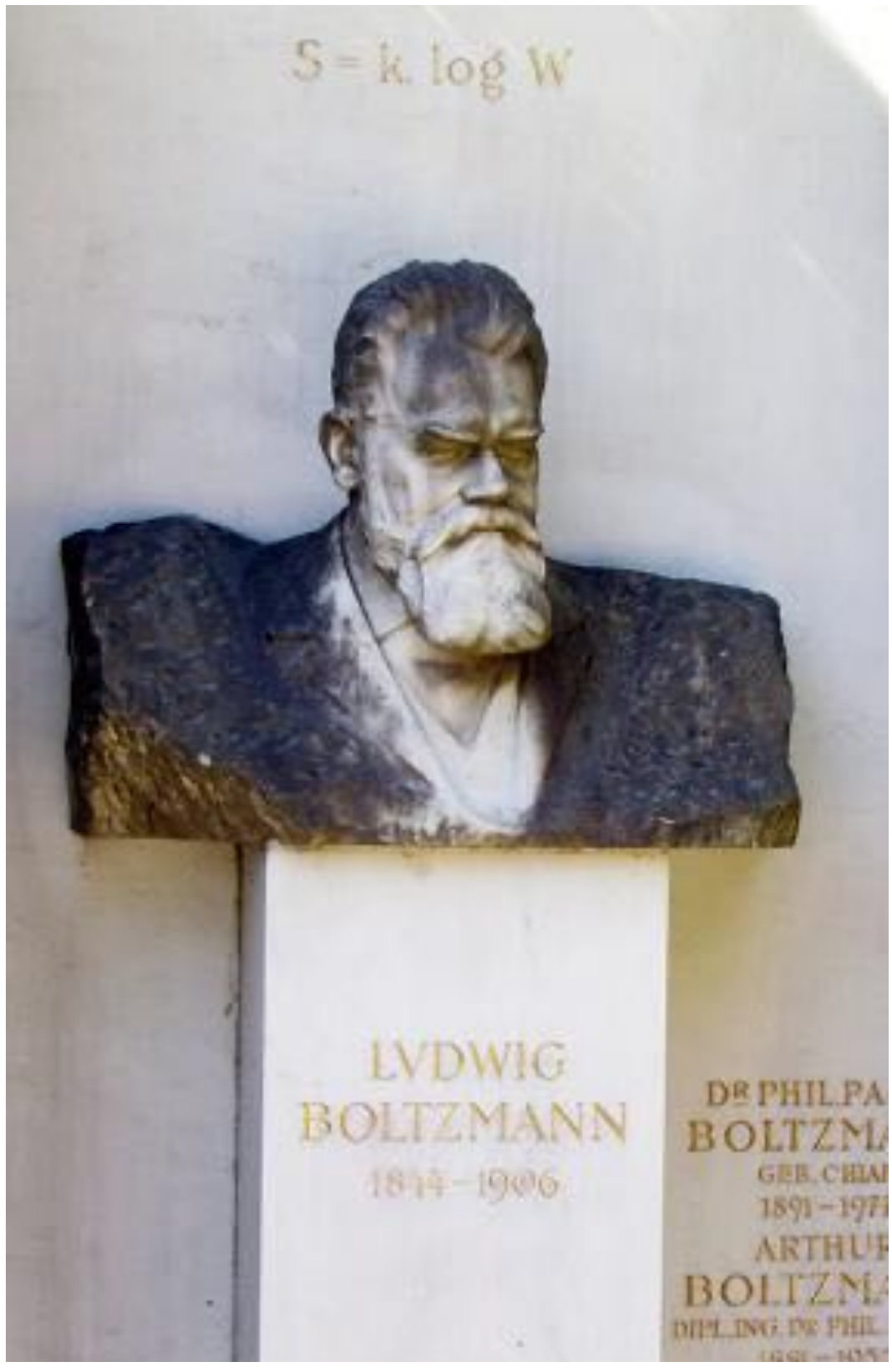
´Órbitas clásicas en Sistema Solar. Wikipedia.

La estabilidad y cohesión que advertimos en la materia es resultado directo de fenómenos cuánticos, no podría conseguirse con las leyes de la mecánica clásica, que funcionan bien con la simplificación que supone tratar cuerpos compuestos por millones de partículas como si fueran puntuales. Esto es consecuencia de una propiedad esencial de los sistemas clásicos puesta de manifiesto por un hermoso teorema debido al matemático francés **Joseph Liouville** . El aparentemente simple equilibrio que se mantiene en un átomo entre los electrones y el núcleo sólo la mecánica cuántica es capaz de explicarlo, para la mecánica clásica el resultado sería catastrófico pues sus leyes lo impedirían.

La indeterminación cuántica y el sorprendente vacío cuántico, animado por un frenético baile de fluctuaciones y partículas virtuales, pueden explicarnos desde el propio nacimiento de todo el inmenso Universo a partir de la nada a **los mecanismos básicos de la consciencia**. Cuando pienso en el paso del viejo mundo de la mecánica clásica al nuevo de la mecánica cuántica, me viene a la memoria el cuento de la princesa desterrada del mundo de las hadas que apareció en el mundo real. Le costó entenderlo, pero cuando lo hizo se dio cuenta de que las simplezas de su viejo mundo eran completamente irreales y ya no podían llenar su vida.

El mundo de la imaginación, de los cuentos y las hadas, surge de las idealizaciones de nuestro mundo real. De forma parecida podría emerger lo clásico desde la realidad cuántica, una realidad directamente incomprensible para el sentido común que debe convertirse en clásica para que nuestra vida tenga sentido. El proceso es todavía desconocido, es una especie de paso mágico desde la coherencia cuántica, **no local e indiferenciada**, a la concreción que advierten nuestros sentidos. El desarrollo de la mecánica cuántica cuyo futuro está irremediablemente unido al de la relatividad general promete mostrarnos una realidad todavía más sorprendente.

Boltzman, la ciencia humana y vulnerable



Tumba de Boltzman, con su famosa fórmula.

Cuando estudiaba la carrera tuve que elegir entre una serie de asignaturas optativas. Entre ellas había una que tenía toda la pinta de ser una “maría”, parecía seguro que consistiría en entregar un trabajito y aprobado seguro. La asignatura en cuestión se llamaba : La Historia de la Física. Así

que la cogí y me puse a reunir todo el material bibliográfico que necesitaba. Pronto me di cuenta de que nada era como me lo había imaginado. Tuve que dedicar bastante más tiempo del que creía, y esa asignatura me hizo reflexionar no sólo sobre la física y su historia, sino sobre las personas y los acontecimientos tan diversos que habían influido en su desarrollo. Los científicos famosos se volvieron, desde entonces, personas de carne y hueso enclavadas en una época de la Historia y no simples nombres asociados a sus fórmulas.

Entre todos me impresionó Ludwig Boltzmann, nacido en Viena en 1844 en el seno de una familia acomodada que pasó su niñez en un entorno tranquilo siempre ayudado por su devota madre Katharina Paurnfeind. Era un estudiante ambicioso e impaciente, y en sus años mozos su interés estuvo centrado en la naturaleza, coleccionando y clasificando insectos, y estudiando las plantas. Fue atomista en una época en que muchos de sus colegas más ilustres estaban en contra de esa idea que ahora consideramos tan normal y lógica. Tenía una personalidad compleja, atormentada y fácilmente susceptible a cualquier crítica a sus convicciones, era una especie de panteísta y un entusiasta de Darwin.

En la relación entre sus muchos opositores científicos su carácter tendente a la misantropía no le ayudó en nada y contribuyó a que su vida terminara en fatal desenlace. El más enconado de sus colegas fue Wilhelm Ostwald, con el que mantuvo fuertes discusiones en algunos de los congresos en los que se reunían. Tanto él como otros no entendieron bien la base estadística de los razonamientos de Boltzmann. Ostwald recibió el Premio Nobel de Química en 1909, tres años después de que el desdichado Boltzmann se quitara la vida en un triste episodio, aprovechando que su mujer y sus dos hijas lo habían dejado solo y se bañaban a escasos metros de su casa de veraneo en Duino, cerca de Trieste. También, tres años después de su muerte los trabajos de Jean Perrin sobre las suspensiones coloidales (1908-1909) confirmaron finalmente las ideas de Boltzmann y convencieron a la comunidad científica de la existencia de los átomos.

A partir de la idea de que la materia está formada por átomos, como su parte más minúscula (aunque ahora sabemos que no son los constituyentes más pequeños), imaginó los estados macroscópicos de un sistema como derivados de otros microscópicos que afectan a los átomos y moléculas. Supuso que los átomos se podían mover de forma aleatoria a lo largo de las tres dimensiones y que podían ocupar una serie de niveles de energía. A partir de estas premisas pensaba que cada estado macroscópico era el resultado de una serie de estados microscópicos asociados con una determinada posibilidad. Cuanto mayor fuese esa probabilidad mayor sería la

tendencia del sistema a ocupar ese macroestado. Bolztmann gracias a esas ideas fue pionero y un artífice esencial de una nueva disciplina física que se llamó Mecánica Estadística.

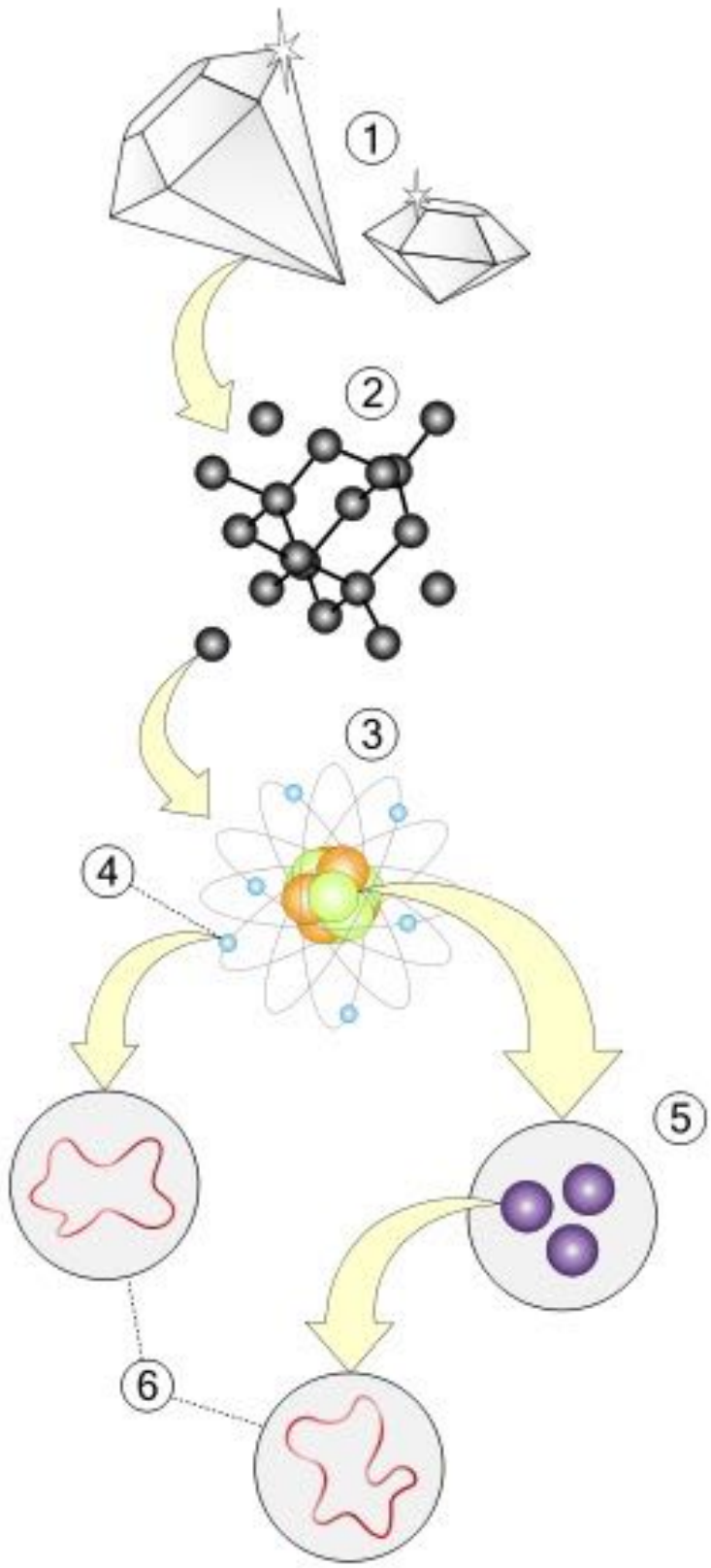
En base a estas ideas descubrió una expresión muy conocida e importante que relaciona la entropía de un sistema, o su tendencia natural al desorden, con una serie de microestados que afectan a sus mínimos componentes: **S= K ln W** .
Donde S es la entropía, K es una constante de proporcionalidad llamada de Boltzmann y ln W es el logaritmo natural del número de microestados asociados a una determinada configuración macroscópica del sistema. Uno de los aspectos más importantes que describe esta ecuación es la posibilidad de dar una definición absoluta al concepto de la entropía. Mientras que en la descripción clásica de la termodinámica, carece de sentido hablar del valor de la entropía de un sistema, siendo relevantes sólo los cambios en la misma, en la teoría estadística se permite definir la entropía absoluta de un sistema.

Un ejemplo sencillo nos ilustrará sobre el significado de la entropía y de la expresión de Boltzmann. Supongamos un saquito lleno de monedas. Si las ordenamos sobre la mesa, todas juntas con la cara hacia arriba, hemos conseguido que el sistema tenga una entropía mínima (cero) que se corresponde con un máximo orden. Sólo existe un microestado asociado a esta configuración {todo caras} y el logaritmo de la unidad es cero. Sería similar al orden que tiene una estructura cristalina a cero grados absolutos, sólo una configuración posible, máximo orden y entropía cero. Si volvemos a poner las monedas en el saquito, lo movemos bien, y las dejamos caer desordenadamente sobre la mesa el estado macroscópico que obtenemos está asociado a muchos estados microscópicos diferentes aleatorios. Cada vez que repitamos la operación obtendremos la misma sensación de desorden y nos será difícil distinguir la configuración actual de otra anterior. En este caso el valor de W de configuraciones es máximo y por tanto también la entropía, y mínimo el orden. Este estado es similar al llamado equilibrio térmico de un sistema, el de máximo desorden al que tienden de forma natural todos los sistemas aislados a los que no se les aporta orden desde el exterior.

Los hallazgos de Boltzman fueron esenciales para los trabajos desarrollados, más de cincuenta años después, por el Premio Nobel Ilya Prigogine sobre los sistemas lejos de equilibrio, sistemas que nos engloban a nosotros y a todos los seres vivos. También han permitido entender la llamada flecha del tiempo y los sistemas irreversibles que son, prácticamente, todos los sistemas reales, y para entender el caos y el orden que puede derivar de él.

Cuando hice el trabajo en la carrera estaba sugestionado por su muerte que la atribuí, de forma un tanto romántica e idealista, a la incomprensión de sus colegas hacia sus nuevas ideas revolucionarias, sin tener muy en cuenta sus posibles problemas psicológicos. Sea como fuera

siempre veré a Boltzmann como un hombre, vulnerable como lo somos todos, luchando con su talento, su ciencia y sus desdichas por encontrar la verdad detrás de casi-una-quimera, como son todas las verdades científicas antes de ser confirmadas.



Teoría de cuerdas. Wikipedia

El universo elegante

Según Einstein, la teoría de la relatividad general era demasiado hermosa para ser errónea . Mediante el principio de equivalencia extendió la sencilla simetría por la que las leyes de la física

son idénticas para todos los observadores, en cualquier tiempo y lugar del universo, al caso en que dichos observadores se encuentran sujetos a movimientos acelerados. De Hecho, un observador con movimiento acelerado puede opinar que él, en realidad, está en reposo y la aceleración que experimenta es debida a un campo gravitatorio. Los efectos son completamente equivalentes.

En esa base tan simple y elegante descansa la teoría más bella y poderosa que tenemos sobre la gravedad. **En cierta forma, la gravedad refuerza la simetría, garantiza que todos los puntos de vista de los observadores, todos los marcos de referencia posibles, tienen igual validez** . Las fuerzas nuclear fuerte, débil y electromagnética también están conectadas con simetrías pero, en este caso son más abstractas que las asociadas a la gravedad, requieren de espacios más complejos y extendidos. Al igual que, en la relatividad general, la simetría entre todos los posibles puntos ventajosos de observación requiere la existencia de la fuerza gravitatoria, el resto de las fuerzas es necesaria para que el universo abarque simetrías especiales. Estas simetrías, llamadas gauge, fueron desarrolladas primero por Hermann Weyl en la década de 1920 y por Chen_Ning Yang y Robert Mills en la década de 1950 y son la base del esfuerzo de los físicos en lograr la unificación de las cuatro fuerzas fundamentales.

Con el nacimiento de la teoría de cuerdas se logró un avance importantísimo, un principio de compatibilidad entre las dos grandes teorías actuales de la física, la relatividad general y la mecánica cuántica que parecían incompatibles . La presunción de que las partículas no eran puntuales sino el resultado de una cuerda vibrante, eliminaba los molestos infinitos asociados a los campos cercanos a las partículas puntuales, además introducía de forma natural a la partícula mensajera de la gravedad: el gravitón, una partícula de masa cero y spin 2, predicha por la relatividad general. La teoría de cuerdas resultaba ser una teoría cuántica y gravitatoria.

Desde los comienzos de la teoría de cuerdas, como una especie de entelequia matemática para explicar las interacciones entre los componentes de los hadrones (nucleones, como protón y neutrón), hasta su proliferación en cinco tipos diferentes de teorías y el nacimiento de la teoría M que las engloba, la aventura científica que supone ha cautivado a miles de científicos de todo el mundo . Involucra la física con las matemáticas más abstractas, que todavía no han sido descubiertas, y en esa intrincada andadura encontramos a un verdadero genio en ambas disciplinas: Edward Witten. En el camino se ha encontrado una extraña simetría llamada dualidad T, o de radio grande/radio pequeño, por la cual las propiedades físicas de cierto

tipo de cuerda, en un universo dotado de una dimensión circular de radio R, son absolutamente idénticas a las propiedades físicas de otro tipo de cuerda en un universo dotado de una dimensión circular de radio 1/R. Las cinco teorías de cuerdas existentes, junto con la teoría M, se muestran duales entre si y unidas en un solo marco teórico.

Las once dimensiones espaciotemporales de la teoría M y la forma en que se enrollan las dimensiones ocultas en los espacios de Calabi-Yau nos indican que la unidad cosmológica de las fuerzas fundamentales se consigue más fácilmente utilizando el marco de la teoría M. Pero **las cuerdas ya no están solas, la teoría M incluye otros objetos: membranas vibratorias bidimensionales, burbujas tridimensionales que se ondulan, llamadas tribranas, y además una gran cantidad de otros ingredientes diversos** .

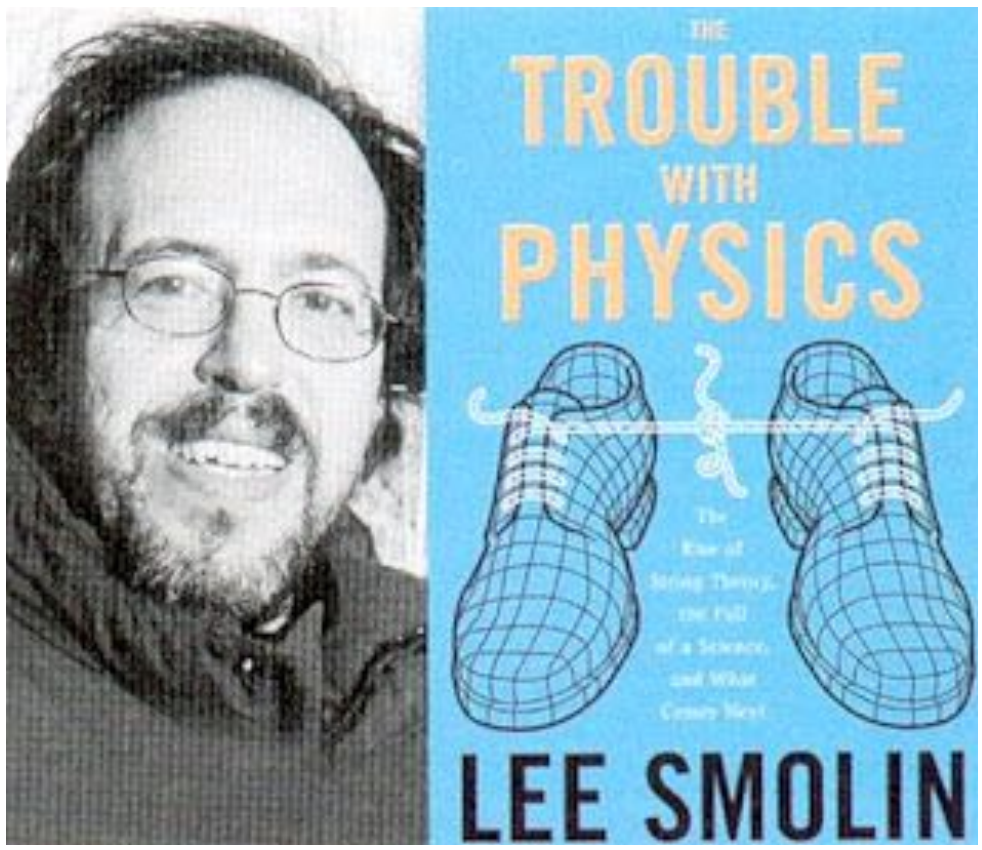
Esto y muchísimo más, lo encontraréis, magníficamente explicado, de forma sencilla y clara en el apasionante libro de Brian Green **“EL UNIVERSO ELEGANTE. Supercuerdas, dimensiones ocultas y la búsqueda de una teoría final”** , de la Editorial Crítica. Barcelona. 2007.

Nota final : La teoría de cuerdas es una preciosa teoría, pero en los últimos treinta años esta teoría tan prometedora se ha llevado la mayoría de los recursos humanos que se dedican a investigar las teorías físicas sin obtener resultados concluyentes. Peor todavía, en el mundillo de la investigación en teoría de cuerdas existe una actitud gregaria y alejada de la crítica difícilmente compatible con la que se le supone a los científicos. Aún así, no deja de ser casi poético pensar que las diferentes partículas subatómicas que forman todo nuestro mundo son pequeñísimas cuerdas vibrando en diferentes frecuencias .

Voces críticas con la teoría de cuerdas. A continuación se discute sobre lo que está pasando con dicha teoría y la alternativa más modesta de la gravedad cuántica de bucles (o lazos).

El gran lío de la teoría de cuerdas

Estoy leyendo un libro valiente, escrito por un gran físico que ama la ciencia y es un buscador nato. No todos los científicos son buscadores, la mayoría no lo son. El buscador nato está dirigido por la pasión de querer saber en qué consiste la verdad más esencial de su disciplina. Su amor por la ciencia le ha llevado a denunciar una situación preocupante que atañe a la famosa teoría de cuerdas. En los últimos casi treinta años esta teoría tan prometedora se ha llevado la mayoría de los recursos humanos que se dedican a investigar las teorías físicas sin obtener resultados concluyentes. Peor todavía, en el mundillo de la investigación en teoría de cuerdas existe una actitud gregaria y alejada de la crítica difícilmente compatible con la que se le supone a los científicos.



El libro (*The trouble with physics*) se titula en español " *Las dudas de la física en el siglo XXI". ¿Es la teoría de cuerdas un callejón sin salida?*, y lo ha escrito Lee Smolin, nacido en Nueva York, en 1955, y doctor en física por la Universidad de Harvard. Ha sido profesor en las universidades de Yale, Syracus y Pennsylvania State antes de ayudar a fundar el Perimeter Institute de Física

Teórica en Canadá, en el que trabaja desde 2001. Sus principales contribuciones en física han sido en el dominio de la gravedad cuántica.

Smolin en este libro denuncia, por ejemplo, que en Estados Unidos los teóricos que trabajan en temas de física fundamental que no se incluyen en la teoría de cuerdas apenas tienen oportunidades de hacer carrera en física. En los últimos quince años, en las universidades estadounidenses que se dedican a la investigación, se han nombrado tan sólo a tres profesores adjuntos cuyo trabajo en aspectos de gravedad cuántica no forman parte de la teoría de cuerdas, y estos tres nombramientos se hicieron en un único grupo de investigación. Además, la teoría de cuerdas, aun cuando desde el punto de vista científico presente graves problemas, ha conseguido triunfar en el mundo académico.

Para Lee Smolin, esta situación perjudica en gran manera a la ciencia, porque ahoga la investigación en otras direcciones, algunas de ellas muy prometedoras, y se pregunta ¿cómo es posible que la teoría de cuerdas, que ha sido investigada por más de mil físicos de entre los mejor formados y los más brillantes trabajando en las mejores condiciones, corra el peligro de fracasar?. En ella se trabaja con un estilo pragmático y duro que favorece el virtuosismo en el cálculo más que la reflexión sobre difíciles problemas conceptuales. Una manera profundamente diferente a como trabajaron los científicos revolucionarios de principios del siglo XX, cuyo trabajo surgió tras profundas reflexiones acerca de las cuestiones más elementales sobre el espacio, el tiempo y la materia y que entendían que su trabajo formaba parte de una tradición filosófica más amplia en la que se sentían como peces en el agua.

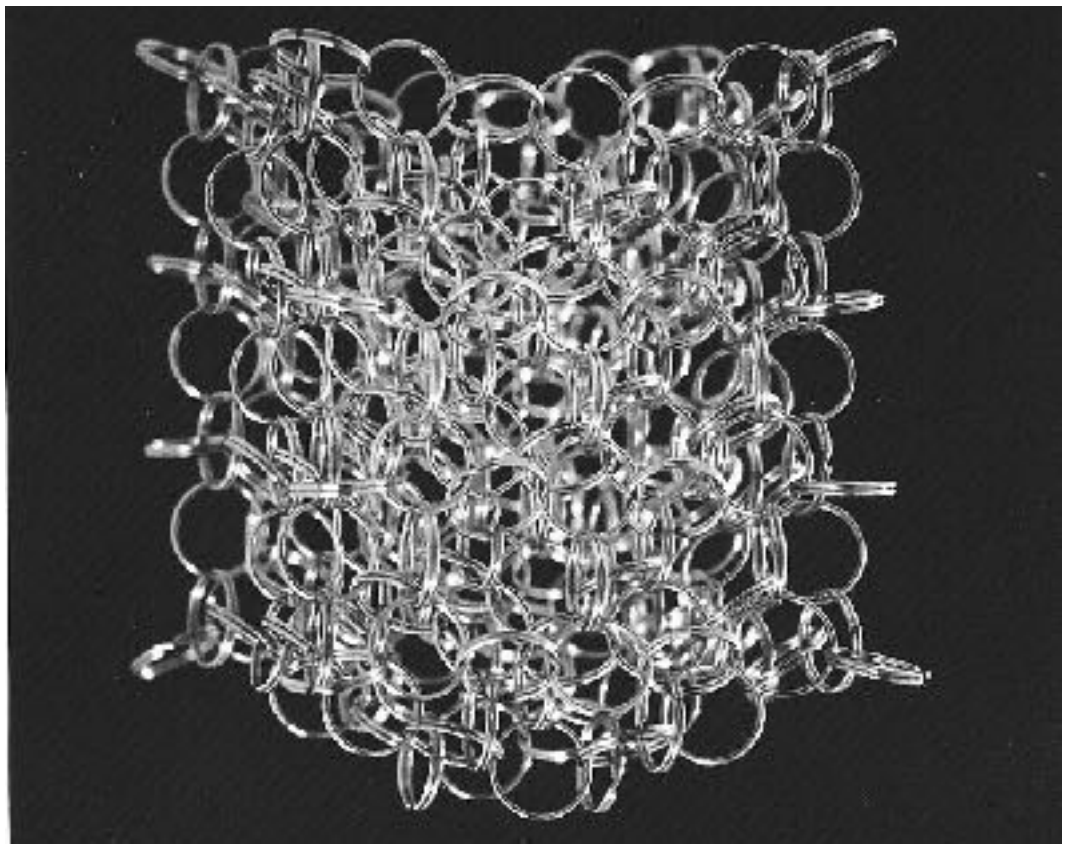
La tendencia actual que se sigue en el ámbito de la teoría de cuerdas puede tener trágicas consecuencias si la verdad se encuentra en una dirección que exige el replanteamiento radical del modo de entender nuestros conceptos fundamentales del espacio, el tiempo y el mundo cuántico. Smolin ha escrito un libro de denuncia, pero sobre todo ha escrito un libro de física en donde desde la perspectiva de un gran conocedor de esta disciplina, se da un repaso en profundidad de la situación actual, de dónde venimos y hacia donde vamos. **Se plantean los cinco grandes problemas de la física teórica, se habla en profundidad sobre la teoría de cuerdas y sobre gravedad cuántica, pero sobre todo nos explica lo que es y lo que no es la ciencia.** Los cinco grandes problemas se enumeran de la siguiente forma:
Problema 1: *combinar la teoría de la relatividad general y la teoría cuántica en una única teoría que pueda afirmar ser una teoría completa de la naturaleza.*

Problema 2: *resolver los problemas de los fundamentos de la mecánica cuántica, sea haciendo que la teoría tenga sentido en su formulación actual, sea inventando una nueva teoría que tenga sentido.*
Problema 3: *determinar si las diversas partículas e interacciones pueden unificarse en una teoría que las explique a todas como la manifestación de una única entidad fundamental.*
Problema 4: *explicar cómo determina la naturaleza los valores de las constantes libres del modelo estándar de la física de partículas.*
Problema 5: *explicar la materia oscura y la energía oscura. O, si no existen, determinar en que modo y por qué la gravedad se modifica a grandes escalas. Y, de manera más general, explicar por qué las constantes del modelo estándar de cosmología, entre ellas la energía oscura, tiene los valores que tienen.*

A diferencia de la teoría de cuerdas, **en el ámbito de la gravedad cuántica de bucles no hay teorías grandiosas, ni modas ni manías,** tan sólo un pequeño grupo de excelentes investigadores trabajando duro en diversas ideas muy relacionadas entre sí. Aunque se está investigando en varias direcciones, también existen algunas ideas unificadoras que proporcionan a este campo de estudio una coherencia general. **La idea principal unificadora resulta sencilla de enunciar:**" *No hay que empezar por el espacio, ni por nada que se mueva en el espacio*". **Hay que empezar por algo que sea mecánico-cuántico puro y que, en lugar de espacio, tenga algún tipo de estructura cuántica pura. Si la teoría es correcta, entonces el espacio debe emerger, representando algunas propiedades medias de la estructura, en el mismo sentido en que la temperatura emerge como una representación del movimiento medio de los átomos.**

Más allá de los agujeros negros, la gravedad cuántica de bucles

Mediante la gravedad cuántica de bucles se ha podido ir más allá en los agujeros negros de lo que se ha llegado en otras teorías físicas. Proporciona cálculos que prueban que las singularidades en el interior de los agujeros negros se eliminan: El tiempo puede continuar más allá del punto en el que la relatividad general clásica predijo que debía terminar y parece que se dirige a unas regiones recién creadas del espacio-tiempo (agujeros blancos).



Entramado de bucles que definen el espacio-tiempo. Wikipedia.

El físico hindú Abhay Ashtekar en 1986 reformuló de modo revolucionario la teoría general de la relatividad, sin introducir información adicional, mediante la mera reescritura de la teoría de Einstein según un nuevo conjunto de variables demostró que se podía derivar, con precisión, lo que es un espacio cuántico. Había nacido la llamada gravedad cuántica de bucles. Consiste en describir un campo haciendo referencia a sus líneas de campo , en ausencia de materia estas líneas pueden cerrarse sobre sí mismas formando un bucle (**1**). La gravedad cuántica desarrolla

una teoría totalmente independiente del espacio de fondo, pues las propias líneas del campo describen la geometría del espacio , la forma de secuencias cambiantes que va adoptando. Una vez que las líneas se transforman en mecánico-cuánticas ya no queda ninguna geometría clásica de fondo, la geometría cuántica resultante consiste en un cierto tipo de gráfico que evoluciona mediante cambios locales en su estructura.

El mayor desafío es explicar a partir de ideas tan abstractas cómo emerge el espacio-tiempo clásico, es decir, nuestro espacio-tiempo cotidiano. En los últimos años gracias a nuevos procedimientos de aproximación se ha demostrado que la teoría tiene estados cuánticos que describen universos donde la geometría, en una aproximación correcta, es clásica. Recientemente, también se ha descubierto que la gravedad cuántica de bucles predice que dos masas se atraerán la una a la otra exactamente del modo que especifica la ley de Newton.

Mediante la gravedad cuántica de bucles se ha podido ir más allá en los agujeros negros de lo que se ha llegado en otras teorías físicas. Proporciona cálculos que prueban que las singularidades en el interior de los agujeros negros se eliminan. El tiempo puede continuar más allá del punto en el que la relatividad general clásica predijo que debía terminar y parece que se dirige a unas regiones recién creadas del espacio-tiempo. La singularidad es sustituida por lo que se llama “salto del espacio-tiempo”. Justo antes del salto se expande hacia el interior de una nueva región que antes no existía (agujeros blancos, tal como conjeturó John Archibald Wheeler). “Aplicando cálculos similares al Universo primitivo se han encontrado pruebas de que la singularidad es eliminada antes del Big Bang, lo que significaría que el Universo ya existía antes”. Por otra parte, la eliminación de la singularidad ofrece una respuesta natural a la paradoja de la pérdida de información en un agujero negro planteada por Hawking, la información no se pierde, sino que se traslada a una nueva región del espacio-tiempo.

Lo más importante de esta teoría es que es capaz de producir previsiones de observaciones reales que serán confirmadas o no por experimentos, como ha sucedido con la física desde siempre. Es la forma natural de avanzar paso a paso, pisando despacio pero firme para avanzar en la dirección correcta. En este sentido hace poco se han hecho predicciones precisas en relación con los efectos de la gravedad cuántica que podrían ser vistos en observaciones futuras del fondo cósmico de microondas.

(Nota **1**)A escalas muy pequeñas (a la distancia de Planck, 10^{-35} metros), el espacio-tiempo está formado por una red de lazos entretejidos en una especie de espuma, que consta de trozos indivisibles de ese tamaño de diámetro. La gravedad cuántica de bucles define el espacio-tiempo como una red de enlaces abstractos que conecta estos volúmenes de espacio (lazos o bucles), como si fueran los nodos enlazados de un grafo. La distancia a la que nos referimos es tan extraordinariamente pequeña que sólo nos podemos hacer una idea si comparamos el diámetro de un átomo con el diámetro de la Via Láctea: al hacer la comparación, dividiendo ambas magnitudes, nos saldría un decimal de ese orden.

Jazmín. Wikipedia.

El jazmín y la esperanza

El jazmín estaba precioso, después de la última poda crecía vigoroso y fragante. Era uno de los últimos testigos de una época de recuerdos felices: las niñas eran pequeñas, los problemas también parecían más pequeños y mis padres estaban sanos y todavía jóvenes.

Ese jazmín era hijo de la hermosa planta que crecía en *la caseta* de campo de mis padres: a partir de una ramita semienterrada, crecieron raíces y pudimos plantarlo en mi casa. Las plantas, las personas o las familias nacen crecen y se mueren, o se destruyen. Es ley de vida, somos esclavos del tiempo y del espacio.

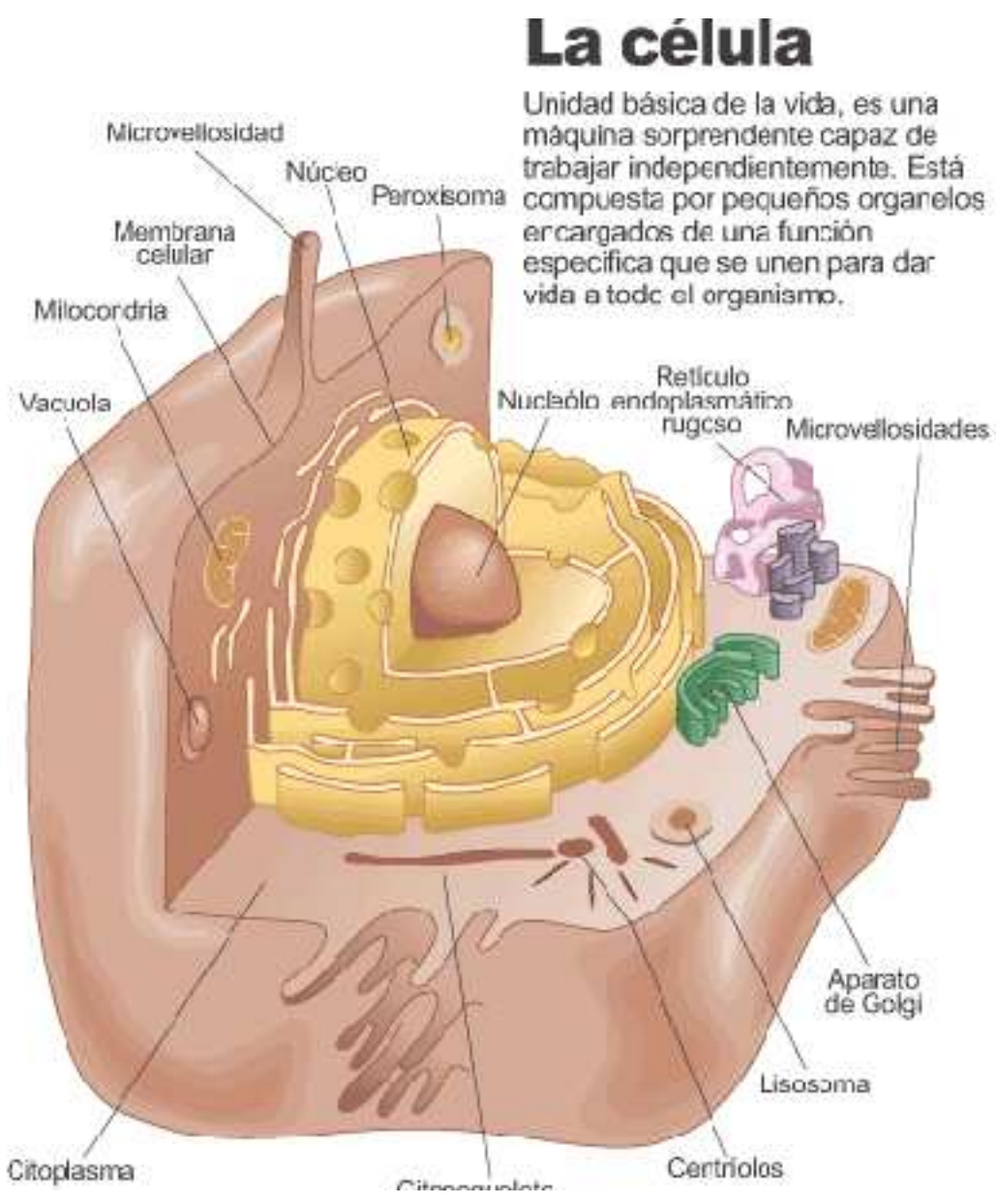
Nuestra vida transcurre y desaparece en medio de referencias espacio-temporales que siempre creímos esenciales. Ahora, sin embargo, la propia ciencia, a través de la rigurosa física, cuando trata de conjugar las dos teorías más soberbias que tenemos para la comprensión del universo, la física cuántica y la relatividad general, encuentra que ni el espacio ni el tiempo son las dos entidades fundamentales que pensábamos, son emergentes y la entidad fundamental que los determina es cuántica y ligada a la causalidad.

Mi jazmín crece ajeno a todas estas reflexiones y leyes mecano-cuánticas, y su perfume me devuelve a aquellos tiempos pasados donde la esperanza y el futuro parecían ensancharse. La vida sigue con su vigoroso ciclo y, quizás, la esperanza perdida la encontremos detrás de esa misteriosa entidad de la que parece emanar el propio espacio-tiempo: una entidad más fundamental y capaz de trascenderlo.

Publicado en El Levante-EMV, el miércoles 17 de agosto de 2016.

Entalpía y entropía, la física de la vida

Cuando mis obligaciones me lo permiten me paso por la librería París-Valencia de la Gran Vía del Marqués del Turia (Valencia), la de la calle Pelayo o la de la Glorieta. Allí suelo encontrar verdaderas oportunidades en libros científicos (y en cualquier otro tipo de libros). El otro día encontré un hermoso libro muy bien encuadernado, con buenas ilustraciones a todo color y no menos llamativas y detalladas explicaciones sobre los procesos básicos de la vida. **En la primera de las seis partes de que se compone comienza con una introducción a las reacciones químicas de la célula, y habla sobre las variables termodinámicas de estado, entalpía y entropía, esenciales para comprender este tipo de reacciones.** Precisamente sobre esto hablaremos en este post, sobre los factores energéticos que influyen y posibilitan las reacciones bioquímicas y, por tanto, la propia vida.



Escribe un pie de foto.

La vida y la energía:

La vida es un complejo proceso físico-químico en el que están implicadas miles de reacciones diferentes que se llevan a cabo de un modo organizado. Estas reacciones se llaman reacciones metabólicas y al conjunto de ellas metabolismo. Las estrategias que han debido perfeccionarse a lo largo de millones de años de evolución son ciertamente elegantes y fascinantes, pero la consideración fundamental ante cualquier aspecto relacionado con la vida viene referido a una serie de aportes o pérdidas de energía. Son, pues, las consideraciones energéticas las que determinan si una reacción se puede producir a velocidad significativa, o si la misma puede o no producirse en sentido opuesto.

Entalpía H(*):

En los sistemas moleculares del interior de las células, donde tienen lugar las reacciones químicas, las variaciones de energía no son tan evidentes como en los sistemas físicos más usuales y sencillos sujetos a cambios de energía potencial y cinética, como puedan ser los que se refieren a movimientos de cuerpos en un campo gravitatorio. Un sistema químico comprende una gran cantidad de moléculas diferentes que contienen una cierta cantidad de energía en función de su estructura. Esta energía puede ser descrita como el contenido en calor o entalpía (H) de la molécula. Cuando una molécula se transforma en una estructura diferente mediante una reacción química, su contenido energético puede cambiar. Su variacion de entalpía puede ser negativa, cuando se pierde calor de la molécula, y éste se libera elevando la temperatura exterior, o positiva, cuando se capta calor del exterior.

A primera vista, parece sorprendente que puedan producirse reacciones con una variación de entalpía positiva, lo que podría compararse, en cierta forma, con un cuerpo que se elevara a sí mismo del suelo, absorbiendo la energía necesaria del exterior espontáneamente. Precisamente, en las reacciones químicas una variación negativa de la entalpía favorece la reacción, mientras que una variación positiva tiene el efecto opuesto. De todas formas, la variación de la entalpía no es el único árbitro que determina la viabilidad de las reacciones, la variación de la entropía (S) tiene mucho que decir en el asunto.

Entropía (S):

La entropía puede definirse como el grado de desorden de un sistema. En una reacción bioquímica, este desorden puede adoptar tres formas:

- Las moléculas no suelen ser rígidas ni permanecer fijas, por lo que pueden vibrar, girar o rotar. Cuanto mayor es la libertad para consentir estos movimientos moleculares, mayor es el desorden o la entropía.
- En un sistema bioquímico están implicadas un gran número de moléculas individuales que pueden encontrarse distribuidas de modo disperso y desordenado o adoptar algún tipo de disposición ordenada como ocurre en gran medida en las células vivas.
- El número de moléculas individuales o iones pueden cambiar como resultado de la transformación química. Cuanto mayor es su número, mayor es el desorden y por tanto la entropía.

Tanto la variación de entalpia como la variación de la entropía intervienen en la decisión para determinar si una reacción química puede producirse o no:

- Pérdida de entalpía y ganancia de entropía => refuerzan ambos la decisión: SÍ a la reacción química.

- Ganancia de entalpía y pérdida de entropía => refuerzan ambos la decisión: No a la reacción química.

BIOQUIMICA Y BIOLOGIA MOLECULAR

Materia BIOLOGIA
Autor: ELLIOT, WILLIAM H. ; ELLIOT, DAPHNE C
Edición: 2002-01-01 / PRIMERA / ESPAÑA
Paginas: 720
PVP: 65,20 €

Reseña:
Un texto de introducción a la Bioquímica y Biología molecular conciso y accesible para los estudiantes que siguen por primera vez un curso universitario de Biología molecular. Escrito en un estilo ameno y de fácil lectura, el libro hace hincapié en los conceptos y explicaciones. La secuencia de capítulos está diseñada para facilitar una exposición lógica del concepto que se maneja a lo largo de cada tema. La presentación es moderna y atractiva e incluye ilustraciones a todo color y de gran claridad. El contenido de esta nueva edición ha sido actualizado y se ha añadido nueva información, así como nuevos esquemas de gran sencillez y claridad.
Bioquímica y Biología molecular recorre los temas de interés más actual pero también las áreas más tradicionales de la Bioquímica. En el libro se ha hecho hincapié especialmente en los aspectos biológicos de la Bioquímica. Áreas de la Biología molecular como la señalización celular, La Biología molecular del cáncer, la degradación regulada de proteínas, el direccionamiento de proteínas, el sistema inmunitario y la regulación génica en eucariotas son tratados con profundidad lo que permite que el libro pueda ser utilizado en cursos de corte moderno.

Bioquímica y biología molecular.

Energía libre (G):

Sin embargo, en los sistemas biológicos es difícil si no imposible, en muchas ocasiones, medir el término de la variación de entropía. La solución se hace más fácil con la introducción del concepto de energía libre de Gibbs que combina los dos términos en uno solo. El cambio de energía libre o G, según Gibbs, viene dado por la expresión: (variación de G) = (variación de H) - T (variación de S), donde T es la temperatura absoluta. Esta ecuación se aplica a los sistemas en los que la temperatura y la presión permanecen constantes durante el proceso, como es el caso de los sistemas biológicos.

Al hablar de energía libre nos referimos a energía disponible para realizar un trabajo útil. Representa la máxima cantidad de energía procedente de una reacción química disponible para realizar trabajo útil. Este incluye la contracción muscular, la síntesis química en la celula y los trabajos osmóticos y eléctrico, sus valores se expresan en unidades de calorías o julios (1 caloría = 4,19 julios) por unidades de masa molecular.

El término de mayor importancia:

La variación de energía libre es el término de mayor importancia termodinámica en una reacción, hasta tal punto que sólo puede ocurrir si dicha variación de energía libre es negativa, es decir, si en las condiciones predominantes los productos de la reacción tienen menos energía libre que los reactivos.

(*)**Entalpía termodinámica:**

La entalpía (simbolizada generalmente como "H", también llamada contenido de calor, y calculada en Julios en el sistema internacional de unidades o también en kcal), es una variable de estado, (lo que quiere decir que, sólo depende de los estados inicial y final) que se define como la suma de la energía interna de un sistema termodinámico y el producto de su volumen y su presión.
La entalpía total de un sistema no puede ser medida directamente, al igual que la energía interna, en cambio, la variación de entalpía de un sistema sí puede ser medida experimentalmente. El cambio de la entalpía del sistema causado por un proceso llevado a cabo a presión constante, es igual al calor absorbido por el sistema durante dicho proceso.
La entalpía se define mediante la siguiente fórmula: H = U + p V (energía interna + presión por volumen).

Conjunto de miniaturas. Amparo Baviera

La no localidad en la mecánica cuántica, el experimento de Aspect

En 1983 tuvo lugar un experimento crucial para demostrar la no localidad de la mecánica cuántica, la propiedad que pueden presentar las partículas, en un estado especial de coherencia o entrelazamiento , por la cual lo que ocurre en un determinado lugar puede depender de cosas no próximas en el espacio. Este asombroso experimento con fotones lo realizó el doctor Alain Aspect del Instituto de Óptica Teórica de Orsay (Francia).

Aspect, con su experimento confirmó la no localidad del universo al nivel de las partículas subatómicas. Estas parecen intercambiar información a velocidades superiores a la luz a través de conexiones “misteriosas”. Aunque, realmente lo que ocurre es que dos fotones emitidos al mismo tiempo (en su experimento) deben considerarse como un único estado cuántico, como una realidad expresada por una única función de onda .

Alain Aspect. Wikipedia

El experimento del Dr. Aspect consistía en medir la polarización de los fotones . Demostró que esta polarización es paralela, es decir, que cuando se miden las polarizaciones de uno de los dos fotones emitidos al mismo tiempo, se obtienen las del otro. Lo que nosotros identificamos como dos realidades diferentes es una sola realidad mientras los dos fotones se encuentren en un estado de entrelazamiento, por otra parte muy difícil de mantener. Es el mismo estado en el que se basa la computación cuántica: el qubit. Si en la computación clasica tenemos dos estados fundamentales diferenciados, el <1> y el <0> . El estado entrelazado es muchísimo más rico y resulta de una mezcla indiferenciable de ambos estados: a<1>+ b<0>. Para entender esa riqueza, podríamos decir que mientras el <1> y el <0> representan los dos polos opuestos de una esfera, el qubit a<1>+ b<0> representa a todos los puntos de la superficie de la esfera.
En nuestro mundo cotidiano podemos distinguir dos cosas iguales por su ubicación, cada una está en un lugar y son diferentes, pero en el micro mundo de la mecánica cuántica existen estados que van más allá del espacio local. Para los fotones de Aspect la distancia entre ellos no es significativa, siguen siendo una única realidad y la acción sobre uno repercutirá sobre el otro de forma “instantánea”.

Pero no sólo se consiguen estados de coherencia entre partículas, en el llamado condensado de Bose-Einstein se consigue que entren en coherencia miles de átomos que en cierta forman pierden su identidad individual y se comportaran como si fuesen un solo “superátomo”.

Finalmente, la mecánica cuántica ha cambiado radicalmente la noción que tenemos de la realidad. Algo tan intuitivo como la localidad, al menos en lo que respecta al nivel cuántico, debe considerarse en muchos casos ajena a la realidad.

La muerte del Universo

La entropía es un concepto sumamente interesante, y en cierta forma enigmático, ligado al grado de desorden de la materia y la energía de un sistema. El segundo principio de la termodinámica establece que en un sistema cerrado, tal como el propio Universo, sus parámetros característicos se desarrollarán de tal forma que tenderán a maximizarla, es decir, a llevar al sistema a un máximo desorden. Dado que la forma más degradada de energía es la energía térmica, en cualquier sistema cerrado, toda la energía tenderá a acabar de esa manera: en un estado de total equilibrío termodinámico y a una temperatura cercana al cero absoluto, que impedirán cualquier posibilidad de extracción de energía útil. Es la llamada “muerte térmica”, el estado de mayor desorden posible o de máxima entropía.

Universum

Nuestro Universo como sistema cerrado está sujeto a ese destino de forma irremediable. La entropía esta aumentando incesantemente en las estrellas tanto como en nuestro planeta. Esto significa que, con el tiempo, las estrellas agotarán su combustible nuclear y morirán, convirtiéndose en masas muertas de materia nuclear. El universo se oscurecerá a medida que las estrellas, una a una, dejen de centellear. Todas las estrellas se convertirán en agujeros negros, estrellas de neutrones o estrellas enanas frías, dependiendo de su masa.

Posteriormente, según las Teorías de Gran Unificación, toda la materia tal como la conocemos, nuestros cuerpos, la Tierra o el sistema solar se desintegrará en partículas más pequeñas tales como electrones y neutrinos.

Después de un periodo, prácticamente inimaginable en nuestra escala temporal, la temperatura del universo se acercará al cero absoluto, pero incluso en un universo desolado y frío, a temperaturas próximas al cero absoluto, existe una última fuente remanente de energía: los agujeros negros. Según Hawking, no son completamente negros, dejan escapar energía lentamente al exterior.Pero ¿y después, cuando los agujeros negros en evaporación hayan agotado la mayor parte de su energía?.

Para un universo según la física clásica la muerte es irremediable, pero para un universo mecanocuántico sujeto a escalas temporales tan formidables no se puede descartar ningún tipo de raro suceso cuántico-cósmico, capaz de trastocar el más triste de los destinos.

El Universo nació con el mínimo de entropía y el máximo orden. En cierta forma partía como un reloj con la máxima cuerda. Conforme avanzamos en el tiempo la cuerda se va acabando y va apareciendo más y más desorden hasta la muerte térmica. Como ejemplo nos valdría imaginar un enorme tubo lleno de monedas perfectamente ordenadas, una encima de otra. Así sería el nacimiento del Universo. Las dejamos caer sobre una gran mesa de forma que todavía tengamos bastantes montoncitos ordenados, por ejemplo, con la cara de las monedas hacia arriba, y la mayoría del resto de las monedas sueltas también con la cara conservando la misma orientación. Esa situación podría asemejarse al estado del Universo actual. Finalmente, si imaginamos el final, estarían todas las monedas sueltas sobre la mesa, sin formar ningún montón y con la orientación de la cara/cruz totalmente aleatoria: un completo desorden.

La probabilística mecánica cuántica no descarta que después de miles de millones, de millones… y millones de años, dando una “palmada a la mesa”, vuelvan a ordenarse nuevamente las monedas de forma “milagrosa”. Es lo que tiene la mecánica cuántica. Parafraseando a Humphrey Bogart, en Casablanca, podríamos decir que “siempre nos quedará la mecánica cuántica”.

La vida, un extraño fruto: Lynn Margulis

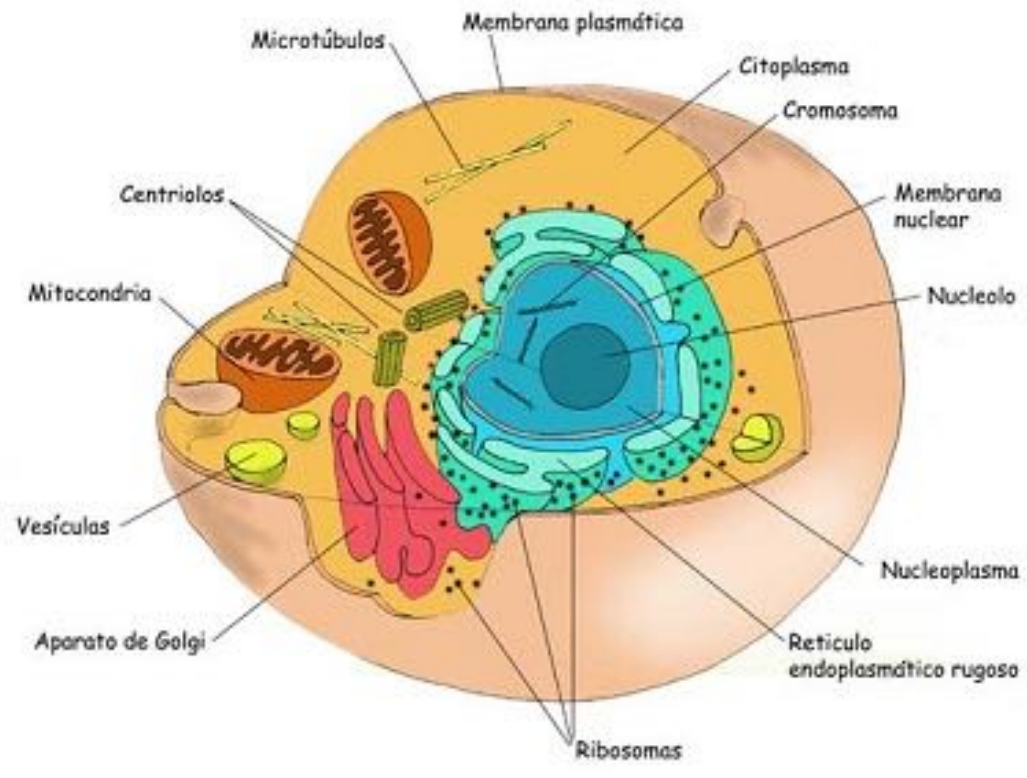
Cuando escribí esto hacía apenas unos días que había fallecido (22-11- 2011) a los 73 años la bióloga norteamericana Lynn Margulis, considerada una autoridad en biología evolutiva. Demostró que las células que forman los organismos pluricelulares, tal como nosotros mismos, son el resultado de un proceso de asociación o simbiosis entre células más simples. Gran parte de los diversos orgánulos presentes en nuestras células se originaron a partir de células sin núcleo diferenciado, como las bacterias libres, que se habrían integrado en la célula. Este proceso llamado de simbiogénesis se convertiría en el principal mecanismo evolutivo de innovación, y en factor esencial en la propia evolución de la biosfera .

Margulis y Sagan estuvieron casados. Libro de notas

En su libro “Qué es la vida” declaraba: “La vida es el extraño fruto de individuos que evolucionaron a partir de una simbiosis.” El mecanismo darwiniano de la competencia y superación del más fuerte y mejor adaptado es esencial, pero en el origen del propio organismo que compite se encuentra la unión y asociación en beneficio general (simbiosis).

Su teoría se apoyó con datos morfológicos, bioquímicos, genéticos e incluso geológicos tan contundentes que sus puntos de vista terminaron por ser aceptados por sus críticos más severos. Que fueron muchos al principio y durante años. Hoy sabemos que es imposible comprender la biología de las células con núcleo verdadero o eucariontes sin apelar al origen bacteriano de mitocondrias y cloroplastos (orgánulos), y que las asociaciones simbióticas, lejos de ser una excepción o una mera curiosidad biológica, constituyen un factor esencial en la evolución de la biosfera.

En un momento determinado antes de comenzar el periodo cámbrico , hace más de 560 millones de años, sólo existían seres unicelulares cuyo material genético (ADN) se encontraba libre en el citoplasma, sin ninguna estructura que lo delimitara (sin núcleo). Debía haber gran diversidad y habrían alcanzado un estadio en que sería ventajosa la asociación o simbiosis que daría lugar a las células con un núcleo diferenciado capaz de delimitar el material genético. A partir de ese momento se pusieron las bases para la “explosión” biológica del cámbrico y la aparición de los animales pluricelulares complejos.



Célula con núcleo o eucaristía. Libro de notas.

Darwin en su teoría evolutiva partió de los animales. La observación sobre los cambios en una especie y en otras semejantes le guiaron en sus hipótesis que le han hecho famoso, pero no se preocupó del periodo evolutivo inmediatamente anterior a la aparición de los seres pluricelulares. En su teoría sobre la selección natural y la lucha por la vida prima la competencia sobre la colaboración, pero en los estadios anteriores a la vida compleja tuvo mucho que ver la asociación simbiótica, lo fue todo.

Lynn Margulis destacó también por ser una extraordinaria comunicadora y una persona muy cercana con sus colegas y alumnos. Obtuvo numerosos reconocimientos, pese a ser una figura controvertida en el seno de la comunidad científica por su investigación sin concesiones a lo establecido. Fue una persona valiente, una cualidad que creo que no abunda entre los científicos que muchísimas veces estamos demasiado pendientes de lo que pueda pensar el “stablishment” sobre nuestro trabajo.

El gran paso

El paso de las células procariotas a eucariotas (de células sin núcleo a células con núcleo) significó el gran salto en complejidad de la vida y uno de los más importantes de su evolución. Sin este paso, sin la complejidad que adquirieron las células eucariotas no habrían sido posibles ulteriores pasos como la aparición de los pluricelulares. La vida, probablemente, se habría limitado a constituirse en un conglomerado de bacterias. De hecho, los cuatro reinos restantes procedemos de ese salto cualitativo. El éxito de estas células eucariotas posibilitó las posteriores radiaciones adaptativas de la vida que han desembocado en la gran variedad de especies que existe en la actualidad.

Un viaje fantástico

La materia que forma nuestro cuerpo se formó en lejanas estrellas que finalmente explotaron y la diseminaron por el universo. La luz del Sol aportó la fuente de orden necesaria para que esa materia explorara nuevos mundos de orden capaces de desarrollar primitivos seres unicelulares. Y estos acabaron asociándose para formar la célula compleja, base de los organismos pluricelulares.

Este es el fantástico viaje desde la materia inerte a la vida. Lynn Margulis nos ha ayudado a entender una parte importante de ese viaje.

Cuando los artrópodos dominaban los mares

Nos comemos tan ricamente las gambas, matamos las moscas o mosquitos tan molestos o a las arañas que tejen su tela en los rincones de nuestras casas. Las cosas son como son, pero no siempre han sido así. Hubo una época en que *unas extrañas gambas* nos comían a nosotros (a nuestros antepasados). Eran terribles depredadores acorazados (artrópodos, al igual que las moscas o las arañas) que campaban a sus anchas por los mares de la Tierra, *atemorizando* a los demás animales.

Hace más de 560 millones de años la vida consistía en una infinidad de seres unicelulares que poblaban los mares. Había una gran diversidad y alcanzaron un estadio en que era ventajosa la asociación o simbiosis que dio lugar a las células con un núcleo diferenciado, capaz de delimitar el material genético o ADN. A partir de ese momento se pusieron las bases para la *explosión biológica* del Cámbrico y la aparición de los animales pluricelulares complejos.

Cabeza de anomalocaris o extraña gamba. Libro de notas.

En el llamado periodo Cámbrico, hace alrededor de 500 millones de años, ya habían aparecido los tres tipos de animales, o filos, más importantes de los que derivarían todos los demás: los

artrópodos, los moluscos y los vertebrados. Los artrópodos tienen el esqueleto en la parte exterior del cuerpo para proteger las partes blandas interiores, a diferencia de los vertebrados (aves, peces, mamíferos o reptiles, por ejemplo) que tenemos un esqueleto interior.

El esqueleto que rodea el cuerpo de los artrópodos consiste en unas placas duras y rígidas, articuladas entre sí. Están unidas por tramos cuticulares más delgados y blandos, cuya flexibilidad les permite moverse. Los artrópodos, actualmente, son el tipo más abundante del planeta, incluye animales tan conocidos como insectos, arañas, escorpiones, ciempiés, ácaros, garrapatas, cangrejos, langostas, camarones, gambas y muchos otros, y en el Cámbrico eran los mayores predadores de los mares (en tierra no había todavía animales). Su representante más poderoso fue el anomalocaris , nombre que significa *gamba extraña* , y llegaba a medir hasta un metro, en cambio el representante de los vertebrados más numeroso que era el Pikaia , no superaba los 5 cm de longitud. Nuestro antepasado, alargado y ligero por tener columna vertebral en lugar de caparazón, era una verdadera miniatura comparado con la extraña gamba, y se dedicaba a huir del terrible predador, lo que no siempre conseguía, y a comer la carroña que éste dejaba.

Unos 50 millones de años después, se produjo una inmensa glaciación que congeló océanos y mares. Las peores condiciones, la falta de luz y el frío intenso fueron acabando con las especies más grandes y especializadas de artrópodos y dieron una oportunidad a los otros dos grupos, moluscos y vertebrados. Esta vez ya no nos comían las extrañas gambas, nos comían los grandes moluscos super predadores como el ortocono , una especie de calamar gigante de más de 10 metros y 5 toneladas. Definitivamente, en el mar no estaba nuestro futuro, era la tierra firme la que nos daría la ventaja sobre moluscos y artrópodos.

En el mar, los artrópodos tenían ventaja podían crecer sin que su peso fuera un inconveniente pero, después de millones de años, al pasar a tierra firme el peso de un caparazón demasiado grande los hacía torpes y vulnerables, al contrario que a los vertebrados que podían crecer mucho más y continuar siendo ligeros. Se volvieron las tornas y los terribles predadores acorazados se hicieron más pequeños y pasaron a ser las presas y a esconderse de los nuevos y grandes predadores vertebrados.

¿Será este el punto final, o volveremos a ser presa de gambas y calamares? Sólo el futuro más o menos lejano nos lo podrá decir. Si seguimos *jugando con fuego* , con armas bacteriológicas de destrucción masiva o con arsenales nucleares, puede que sea mucho antes de lo que esperamos.

Sobre el amor, las ciencias y las letras

Una personita muy importante para mí, con apenas cinco años, me sorprendía con afirmaciones trascendentes sobre el infinito y algunas otras cuestiones peliagudas. Recuerdo que un día me dejó perplejo al soltarme a bocajarro: “ Papá, el infinito nunca para, siempre se está haciendo”. No sé cómo llegó a esa conclusión ni en base a qué, pero en su mente infantil era una evidencia pura e incontestable. Aquellas afirmaciones parecían relacionadas con las cuestiones sobre la vida, la muerte o el mundo que parecen preocupar en un momento determinado de la primera infancia a muchos niños.

El paraíso. Libro de notas.

Han pasado los años y con veintitantos ha descubierto algo tan inconmensurable como aquello: el amor. Cuando le dije que iba a escribir el último post en LdN me volvió a dejar perplejo, como tantas veces más: me pidió que lo escribiera sobre ese sentimiento tan importante en nuestras vidas (¡¿?!). Entonces me vino a la mente una antigua reflexión que versaba sobre **el Paraíso Perdido y la perfecta comunicación que debimos perder con él** :” Nuestra obsesión por hacernos oír, por comunicarnos debe venir de la añoranza del Paraíso Perdido. No puedo

imaginar un Paraíso más perfecto que aquel en que cada pensamiento y sentimiento se comunicaban “sin llegar a comunicarse”. Sólo pensando o sintiendo se hacían, de inmediato, “públicos” . No existía diferencia entre público y privado, todo debía fluir espontáneamente, sin salir del yo ya era de todos y al contrario. No había barreras, no había límites… “

En la medida que la incomunicación nos hace desgraciados, imagino lo dichosos que nos debía hacer la perfecta comunicación (amor) en el Paraíso Perdido”. El amor llena el ansia de completud que tenemos desde que perdimos el Paraíso y se nos desterró al aislamiento e incompletud de nuestro ser. Cuando amamos somos uno con el ser amado, volvemos a ser completos, recuperamos lo perdido y por eso, mientras no lo encontramos, pasamos la vida buscándolo. Eso vale para las personas y, en cierta forma, para lo que nos hace felices. Y ahí entran, también, nuestras aficiones, nuestros pequeños o grandes amores por las ciencias o las letras: amor por el teatro, por la literatura, por la pintura … y, ¿por qué no?, por las matemáticas y sus hermosos teoremas, o por la física, o por los animales y la biología…

Gerald Holton es profesor de física e historiador de la ciencia en Harvard y un verdadero especialista en Einstein, hasta tal punto que fue la persona elegida por la familia del científico para clasificar toda su documentación, después de su muerte. Una vez, le preguntaron, cuál es la característica esencial de un científico y Holton respondió: “Tal vez mis colegas sonrían, pero creo que **igual que algunas personas están enamoradas del dinero y otras se enamoran del arte, los científicos están enamorados de la química o de la física o de las matemáticas… El científico se enamora muy joven y deja todo de lado por ese amor** . Stephen Jay Gould decía que la ciencia significa que al final del día, en el laboratorio, sabes que el 99% del tiempo de trabajo ha sido tiempo perdido, y encima todavía tienes que limpiar las jaulas de los ratones. La ciencia es una actividad que exige muchísima dedicación y tiempo”.

La ciencia, el arte o la filosofía, por ejemplo, cuando los amamos de verdad nos hacen completos. Y en ocasiones llegamos a tener “relaciones” tormentosas no sólo con la persona que amamos sino con nuestras más arraigadas aficiones, capaces de absorbernos totalmente. En todo lo que nos enamora siempre está la búsqueda de la felicidad y la completud “perdida”.

Al final el amor y el infinito no son tan distintos. En cierta forma ese infinito de los cinco años se corresponde con el infinito que llena el corazón enamorado a los veintiuno .

Despido esta columna, después de casi siete años, con una última reflexión sobre las ciencias y las letras: No es tan diferente un científico de un poeta (un artista). La poesía está ahí, como las leyes de la naturaleza o el más precioso de los teoremas, solo hace falta descubrirla. El poeta

descubre la belleza, al igual que el científico; extrae la poesía de la realidad, de la misma forma que el científico es capaz de extraer las leyes que la gobiernan. Ante la armonía, la simplicidad inteligente y la belleza de las soluciones que adopta la naturaleza, el científico se convierte en poeta. Y sólo así es capaz de desentrañar sus leyes más profundas. De hecho, las simetrías desempeñan un papel esencial en la ciencia actual. Se han realizado espectaculares descubrimientos con la simple presunción, y posterior comprobación, de ciertas simetrías matemáticas – ¿poesía? – que la naturaleza se empeña en respetar. **Hasta tal punto es así que la aventura científica se convierte en la búsqueda de las más sencillas y potentes simetrías capaces de descifrar, de la forma más simple, la aparente complejidad del mundo que nos rodea** . En cierta forma, la complejidad, tal como la entendemos y vivimos, no es más que un reflejo de nuestras propias limitaciones. La poesía es capaz de soslayarlas y dejarnos entrever el mundo maravilloso que existe más allá de nuestros límites racionales. El progreso de la ciencia necesita del científico/poeta capaz de cambiar el marco de nuestra visión miope de la realidad.

Cambiando las referencias de partida las preguntas más complejas se convierten en respuestas obvias. **Cada vez que las preguntas se complican necesitamos reformularlas dentro de un nuevo marco en el que se hace imprescindible la valentía del artista/científico y el rigor del científico/artista. El arte es humano y la ciencia también. Y en todo lo humano cuenta, y mucho, el corazón** .

A mis hijas Alba y Zoe, a mi mujer, a mi madre…